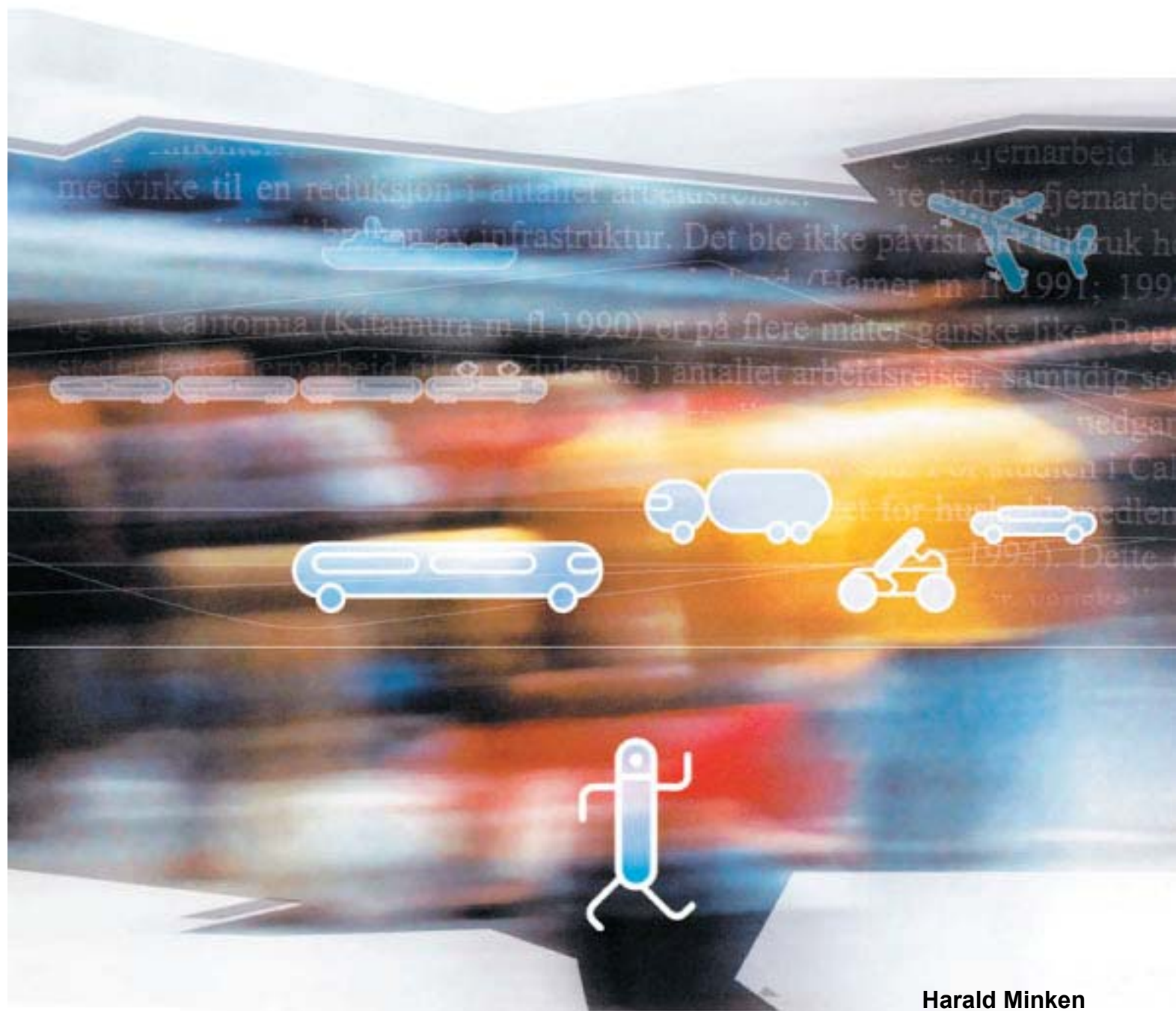


Virkningsberegning av tiltak for raskere og mer pålitelig godstransport – en ny metode



Virkningsberegning av tiltak for raskere og mer pålitelig godstransport – en ny metode

Harald Minken
Hanne Samstad

Transportøkonomisk institutt (TØI) har opphavsrett til hele rapporten og dens enkelte deler. Innholdet kan brukes som underlagsmateriale. Når rapporten siteres eller omtales, skal TØI oppgis som kilde med navn og rapportnummer. Rapporten kan ikke endres. Ved eventuell annen bruk må forhåndssamtykke fra TØI innhentes. For øvrig gjelder [åndsverklovens](#) bestemmelser.

ISSN 0808-1190

ISBN 82-480-0616-6 Papirversjon

ISBN 82-480-0617-4 Elektronisk versjon

Oslo, mars 2006

Tittel: Virkningsberegning av tiltak for raskere og mer pålitelig godstransport - en ny metode

Forfatter(e): Harald Minken; Hanne Samstad

TØI rapport 825/2006

Oslo, 2006-03

91 sider

ISBN 82-480-0616-6 Papirversjon

ISBN 82-480-0617-4 Elektronisk versjon

ISSN 0808-1190

Finansieringskilde:

Vägverket

Prosjekt: 3027 Næringslivets nytte av raskere og mer pålitelig godstransport

Prosjektleder: Harald Minken

Kvalitetsansvarlig: Kjell Werner Johansen

Emneord:

Godstransport; tidsverdi; pålitelighet; forsinkelse

Sammendrag:

Vi har utledet formler for tidsverdien for gods og verdien av å redusere standardavviket til transporttida. Vi har også utarbeidet et formelverk for å beregne virkningen av tiltak på transporttidens forventning og varians. Formlene krever data som ikke fullt ut foreligger i dag. Data for verdsettingen kan skaffes gjennom en utvalgsundersøkelse, mens data for virkningene krever mer systematiske registre over hendelser som forårsaker forsinkelser. Et EXCEL-program for å beregne tidsverdi og pålitelighetsverdi er tilgjengelig på TØIs hjemmeside.

Title: Appraising policies to reduce freight transport time and its variability - a new method

Author(s): Harald Minken; Hanne Samstad

TØI report 825/2006

Oslo: 2006-03

91 pages

ISBN 82-480-0616-6 Paper version

ISBN 82-480-0617-4 Electronic version

ISSN 0808-1190

Financed by:

Swedish Road Administration

Project: 3027 Benefits to firms from quicker and more reliable freight transport

Project manager: Harald Minken

Quality manager: Kjell Werner Johansen

Key words:

Freight; value of time; reliability; delays

Summary:

Analytical formulas for freight values of time and the value of reliability have been developed, along with a toolbox to assess the impact of policies on the expectation and variance of delays. Some of the data required by the formulas are not available at present. Data for appraisal may be obtained from a survey. To assess impacts, more systematic registers on incidents causing delays are needed. An EXCEL software to compute the values of time and reliability has been made available at www.TOI.no.

Language of report: Norwegian

Rapporten kan bestilles fra:
Transportøkonomisk institutt, biblioteket,
Postboks 6110 Etterstad, 0602 Oslo
Telefon 22 57 38 00 - Telefax 22 57 02 90
Pris kr 250

The report can be ordered from:
Institute of Transport Economics, the library,
PO Box 6110 Etterstad, N-0602 Oslo, Norway
Telephone +47 22 57 38 00 Telefax +47 22 57 02 90
Price € 30

Copyright © Transportøkonomisk institutt, 2006

Denne publikasjonen er vernet i henhold til Åndsverkloven av 1961
Ved gjengivelse av materiale fra publikasjonen, må fullstendig kilde oppgis

Forord

Dette er sluttrapporten fra prosjektet "Næringslivets nytte av raskere og mer pålitelig godstransport", som har vært gjennomført i 2004 og 2005 under Vägverkets FUD-program, kontrakt nr. AL90 B 2003: 26847. Prosjektleder har vært forskningsleder Harald Minken og medarbeidere har vært cand. polit. Hanne Samstad og siv.ing. Christian Steinsland.

Rapporten er skrevet av Harald Minken, som har hatt hovedansvar for kapittel 1 og 2 og vedleggene, og av Hanne Samstad, som har hatt hovedansvar for kapittel 3. Avdelingssekretær Laila Aastorp Andersen har stått for den avsluttende tekstbehandlingen. Til rapporten hører det et dataprogram i EXCEL, som er laget av Christian Steinsland. Det er lagt ut på TØIs hjemmeside og kan lastes ned derfra.

Prosjektet har vært fulgt av en referansegruppe bestående av Carsten Sachse, Patrick Arousel og Peo Nordlöf, Vägverket, Inge Vierth, SIKA og Henrik Swahn, Sjöfartsverket. Vi takker dem alle for nyttige kommentarer undervegs. En takk rettes også til Nils Bruzelius, Lars-Göran Mattsson og Geir Dahl, som alle har kommentert det som nå er vedlegg 1 og 2. Lars-Göran Mattsson påpekte en viktig feil, som er rettet opp. Eventuelle gjenværende feil og mangler er forfatterens ansvar.

Oslo, mars 2006
Transportøkonomisk institutt

Lasse Fridstrøm *Kjell W Johansen*
instituttssjef avdelingsleder

Innhold

Sammendrag	I
Summary	i
1 Innledning	1
2 Verdien av raskere og mer pålitelig godstransport	3
2.1 Hovedresultater – lagerordrestyrt anskaffelse	3
2.2 Nærmere om databehovet og aggregeringsbehovet	11
2.3 Hovedresultater – kundeordrestyrt anskaffelse	13
2.4 Talleksempler	17
2.5 Terminaltid	25
2.6 Konklusjon	26
3 Modeller for transporttidsvariabilitet på veggen	28
3.1 Innledning	28
3.2 Årsaker til variabilitet i en transportkjede	29
3.3 Kapasitets- og etterspørselsrelaterte forsinkelser	30
3.4 Forsinkelsesmodell for hendelser i punkt	31
3.5 Transporttidsmodell for hendelser på en strekning	33
3.6 Forsinkelser i transportnettverk	36
3.7 Oppsummering av modell med transporttidsvariabilitet	38
3.8 Datatilgjengelighet for modell med transport tidsvariabilitet	40
3.9 Ulike tiltak og virkninger av dem	47
3.10 Numerisk eksempel	47
3.11 Konklusjon og videre arbeid	50
Litteraturliste	52
Vedlegg	55

Sammendrag:

Virkningsberegning av tiltak for raskere og mer pålitelig godstransport – en ny metode

Dette er sluttrapporten i prosjektet ”Verdien av raskere og mer pålitelig godstransport”, som TØI gjennomførte under det svenske Vägverkets FUD-program. Målet med prosjektet var å bringe oss et steg videre mot pålitelige kalkyleverdier for tid og forsinkelse i godstransporten.

Tilfeldige hendelser av ulikt slag medfører at transporttida er usikker. Med uttrykkene ”mer pålitelig godstransport” og ”reduisert variabilitet i transporttida” mener vi reduksjon av variansen eller standardavviket til transporttida. Gjennomgående bruker vi standardavviket til transporttida som mål på påliteligheten, både når det gjelder å måle og verdsette pålitelighet.

Verdsetting

Verdsetting vil si å finne enhetsverdier for tidsbesparelser for godstransporten og for reduksjon i standardavviket til transporttida. Vi kaller enhetsverdiene for tidsverdien og pålitelighetsverdien. De vil være svært forskjellige for ulike bedrifter og vareslag. I første omgang ser vi på hva som bestemmer enhetsverdiene for den enkelte varestrøm i den enkelte bedrift.

Primært ser vi på lagerordrestyrt anskaffelse, dvs. anskaffelser og inntransport til en bedrift som holder seg med et lager på utsalgsstedet. En reduksjon av standardavviket til transporttida vil gi bedriften mulighet til å redusere størrelsen på sikkerhetslageret uten å redusere leveringsdyktigheten, eller å forbedre leveringsdyktigheten uten å øke sikkerhetslageret. Ved å formulere en lagerstyringsmodell med usikker etterspørsel og usikker ledetid og en mest mulig realistisk gjengivelse av transportkostnadene, og studere hvordan de minimale logistikkostnadene endrer seg med transportdistanse og forventning og standardavvik til transporttida, kan vi finne verdien pr. år for bedriften av tiltak som endrer noen av disse størrelsene. Virkningen pr. tur finnes ved å dele på antall turer. Summing over bedriftene som berøres av tiltaket vil da gi oss den samfunnsøkonomiske virkningen pr. år.

Tidsverdien består av tre ledd. Første ledd er de forventede tidsavhengige transportkostnadene, andre ledd er den tidsavhengige verdiforringelsen og kostnaden ved å binde opp kapital i varer under transport, og tredje ledd er den marginale økningen i usikkerhetskostnadene når transporttida øker med en time. Usikkerhetskostnadene er kostnaden til sikkerhetslager og kostnaden ved å ikke kunne levere i tide.

Størrelsen på det tredje leddet i tidsverdien og størrelsen på pålitelighetsverdien kan vurderes i forhold til det andre leddet i tidsverdien. Talleksempler antyder at verdien av å redusere standardavviket til transporttida med en time vil kunne være rundt 1 til 8 ganger kostnaden ved å ha varene under transport i en time, med de høyeste verdiene når ledetida er som mest usikker, og de laveste verdiene når etterspørselen er usikker og ledetida er

relativt sikker, og med høye relative verdier når godset har lav verdi. Eksempelene antyder også at tillegget til tidsverdien på grunn av usikkerhet er relativt moderat.

Ett slikt eksempel er vist i tabell S1 og S2. Her er μ_D forventet etterspørsel pr. time, σ_D standardavviket til etterspørsel pr. time, μ_T forventet ledetida (tida fra bestilling til levering) og σ_T standardavviket til ledetida. Usikkerheten i etterspørselen øker altså når vi går mot høyre i tabellene, og usikkerheten om ledetida når vi går nedover i tabellene. Eksemplet gjelder en varestrøm på 1000 tonn pr. år som fraktes inn til utsalgsstedet over en avstand av 300 kilometer i sendinger på rundt 32 tonn. Lagerkostnad pr tonn og år er 10 000 kroner. Kostnaden ved å ha sendingen under transport i en time (de tidsavhengige transportkostnadene ikke medregnet) er rundt kroner 32.50.

Tabell S1. Pålitelighetsverdien VOR (verdien av å redusere standardavviket i transporttida med en time) delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport. Ett eksempel.

	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	4.19	3.81	3.12	2.14
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	4.90	4.76	4.43	3.61
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	5.30	5.23	5.05	4.49

TØI-rapport 825/2006

Tabell S2. Økningen i tidsverdien ut over tidsverdien i det sikre tilfellet, delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport. Samme eksempel som i S1.

	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0.17	0.40	0.92
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0.02	0.11	0.33	0.85
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	0.04	0.10	0.25	0.73
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	0.05	0.10	0.22	0.63

TØI-rapport 825/2006

I det samme eksemplet kan vi se hvordan det optimale sikkerhetslageret utvikler seg med usikkerheten. Dette er gjengitt i tabell S3.

Tabell S3. Det optimale sikkerhetslageret i tonn. Samme eksempel som i S1.

	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0.07	0.51	1.54
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0.46	0.57	0.87	2.25
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	1.42	1.49	1.70	2.42
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	2.53	2.58	2.74	3.32

TØI-rapport 825/2006

Vi ser at mens sikkerhetslageret øker med usikkerheten i begge dimensjoner (tabell S3), har verdien av mer pålitelig transport (tabell S1) en annen utvikling. Mer pålitelig transport betyr mindre jo mer usikker etterspørselen er.

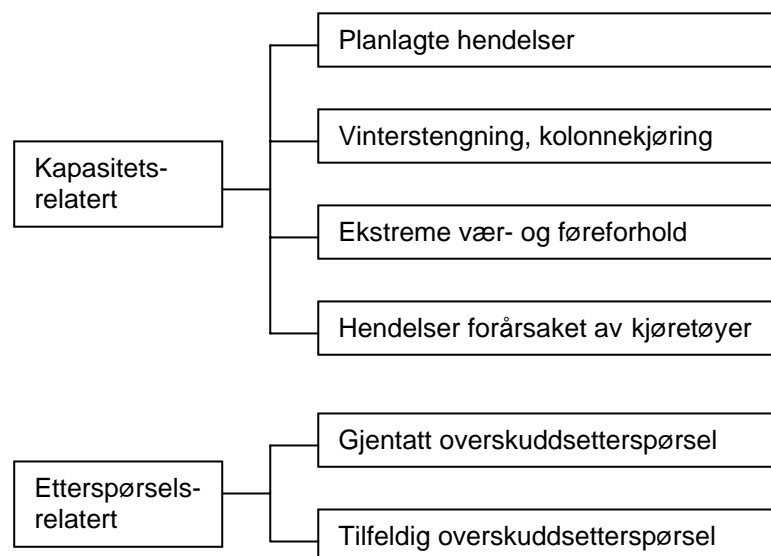
Dette eksemplet er beregnet med utgangspunkt i et dataprogram som er tilgjengelig sammen med rapporten på TØIs hjemmeside. I vedlegg 1 og 2 er den underliggende modellen dokumentert.

I tillegg til å behandle lagerordrestyrt anskaffelse behandler vi også kundeordrestyrt anskaffelse, dvs. anskaffelse og inntransport som først utløses når kunden har plassert en bestilling. Vi antar at det er avtalt et leveringstidspunkt. I dette tilfellet oppstår det kostnader først når leveringstidspunktet overskrides. Disse forsinkelseskostnadene kommer da i stedet for kostnadene ved å holde sikkerhetslager og kostnadene som oppstår når et kjøp ikke kan effektueres fra lager.

Virkingen av tiltak

Det må være samsvar mellom måten effektene verdsettes på (verdien av en marginal endring av standardavviket) og måten de måles på (for eksempel reduksjon i standardavviket til transporttida, målt i timer). Siste del av rapporten handler om hendelser som medfører forsinkelser og dermed øker standardavviket i transporttida, og hvordan effekten av tiltak som reduserer omfanget og konsekvensene av slike hendelser kan måles. Målet er å utvikle eksplisitte formler for transporttidens forventning og varians (eller standardavvik) når transporten er påvirket av hendelser av forskjellig slag. Det må framgå av formlene hvordan ulike tiltak påvirker sannsynlighetsfordelingen, ellers vil virkingen lett bli anslått på en subjektiv måte av de som skal utrede tiltakene.

Vi skiller mellom kapasitetsrelaterte og etterspørselsrelaterte forsinkelser som vist i figur 1.



TØI-rapport 825/2006

Figur 1: Typer av forsinkelser

Å finne virkingen av tiltak i hvert av disse tilfellene er naturligvis et stort og komplisert emne, som langt fra er uttømt i denne rapporten. Primært behandler vi de enkleste tilfellene: biltransport langs hovedveg som er utsatt for kortvarige hendelser med mindre alvorlige konsekvenser når det gjelder trafikkflyt og framkommelighet. Vår modell for

forventningen og standardavviket til transporttida på en slik strekning kombinerer virkningen av hendelser i et punkt på strekningen (som ulykker) med virkningen av hendelser som berører kjøreforholdene på hele strekningen (som snøfall, vegarbeid). I et talleksempel har vi vist hvordan et tiltak som reduserer opprydningstida etter en ulykke med 25 %, reduserer forventet forsinkelse pr. kilometer med 44 %, og mer enn halverer variansen til forsinkelsen pr. kilometer. I et annet eksempel finner vi at et tiltak som halverer sannsynligheten for at kjørefarten må reduseres fra 80 til 60 km/t (for eksempel ved bedre snørydding), reduserer forventet forsinkelse på en ti kilometers strekning med rundt 3 %. Dette er naturligvis bare regneeksempler.

Vi drøfter også metoder for å finne forventning og standardavvik i mer kompliserte vegnettverk som er utsatt for stokastiske forstyrrelser. Utvidelsen til andre transportmåter enn bil og til transporter som krever omlasting er også drøftet. Det har ikke vært mulig å komme langt på dette området i dette prosjektet.

Databehov

Vår metode for virkningsberegning av tiltak for godstransporten krever data som ikke rutinemessig samles inn eller oppdateres av myndighetene på samferdselsområdet i dag. På verdsettingssida gjelder det data på bedriftsnivå om de enkelte varestrømmer inn og ut av bedriften. Utvalgsundersøkelser må gjennomføres for å etablere slike data. Når det gjelder effektene av tiltak, kreves det detaljerte data om typiske hendelser som forårsaker forsinkelser. Slike data kan blant annet framskaffes ved bedre rutinemessig rapportering fra myndighetene som overvåker trafikken. Det har ikke vært en del av prosjektet å etablere tilstrekkelige data til å implementere vår metode, men vi har kartlagt hvilke data som trenges, hvilke som finns, og hvordan manglende data kan framskaffes. Dersom myndighetene i framtida skal kunne redusere usikkerheten i transporten og prioritere tiltak som forbedrer påliteligheten, finns det etter vårt skjønn ingen alternativer til å samle inn bedre data på dette området. Det gjelder langt på veg uansett hvilken metode man vil bruke i framtida til å verdsette slike forbedringer.

Modellene for verdsetting er etter vårt skjønn mindre eksperimentpreget enn modellene for virkninger. Vi kan ikke anta at beregninger av virkninger med våre formler uten videre vil samsvare med erfaringsdata om forsinkelser og transporttidsvariabilitet. Selv etter at det er framskaffet gode data til formlene, vil det være et behov for å validere og justere dem. Det trengs derfor mer kunnskap, ikke bare om data til formlene, men også om den empirisk observerbare usikkerheten i transporttida for gods.

Summary:

Appraising policies to reduce freight transport time and its variability – a new method

This is the final report from the project "Benefits to firms from quicker and more reliable freight transport", which was carried out at the Institute of Transport Economics (TØI) under the Swedish Road Administration's Research, Development and Demonstration Programme. The objective of the project was to contribute to more reliable unit values of time and reliability for use in economic analyses of freight transport.

Values of time and reliability

Our approach has been the following: We add realistic transport costs to a simple logistic cost minimisation problem with uncertain demand and lead time. For the distribution stages, or for the entire transport in case of door-to-door haulage by truck, there will in many instances be a choice of vehicle size. In these cases, the choice of shipment size and vehicle size will depend on each other and be made simultaneously. Thus we assume that the shipper chooses vehicle size, shipment size and reorder point to minimise the annual average logistics costs. Minken (2006) provides documentation of the model in English. Solving the model we derive value-of-time and reliability formulas by differentiating with respect to expected transport time and the standard deviation of transport time and dividing by the number of trips.

The value of time consists of three terms. The first term is the expected time-dependent transport costs, the second term is time-dependent loss of value and the cost of tying up capital in the mobile inventory, and the third term is the marginal increase in uncertainty costs when transport time increases by an hour. Uncertainty costs are the cost of the safety stock and stock-out costs.

The size of the third term of the value of time, and the size of the value of reliability, might be assessed by comparison with the second term of the value of time. Numerical examples suggest that the value of reducing the standard deviation of transport time by one hour might be around 1 to 8 times the cost of the mobile inventory. The relative size decreases with the value of the goods. Also, high relative values exist when lead time is very uncertain, low relative values when lead time is relatively certain but demand is uncertain. The numerical examples suggest that the addition to the value of time because of uncertainty is of moderate size – usually smaller than the time cost of the mobile inventory.

An example is shown in tables S1 and S2. Here, μ_D is expected hourly demand, σ_D is the standard deviation of hourly demand, μ_T is expected lead time and σ_T the standard deviation of lead time. Thus demand uncertainty increases towards the right in the tables, and lead time uncertainty increases as we move downwards in the tables. The example shows a flow of 1000 tonnes per year, transported over a distance of 300 kilometres in

shipments of 32 tonnes. The inventory cost per tonne and year is NOK 10 000. The hourly cost of the mobile inventory is NOK 32.50.

Table S1. The value of reliability VOR (the value of reducing the standard deviation of transport time by one hour) divided by the hourly cost of mobile inventory. An example.

	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	4.19	3.81	3.12	2.14
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	4.90	4.76	4.43	3.61
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	5.30	5.23	5.05	4.49

TØI-report 825/2006

Table 2. The increase in the value of time due to uncertainty, divided by the hourly cost of mobile inventory. Same example as S1.

	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0.17	0.40	0.92
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0.02	0.11	0.33	0.85
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	0.04	0.10	0.25	0.73
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	0.05	0.10	0.22	0.63

TØI-report 825/2006

In the same example, table 3 shows how the optimal safety stock increases with uncertainty.

Table S3. The optimal safety stock in tonnes. Same example as in S1 and S2.

	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0.07	0.51	1.54
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0.46	0.57	0.87	2.25
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	1.42	1.49	1.70	2.42
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	2.53	2.58	2.74	3.32

TØI-report 825/2006

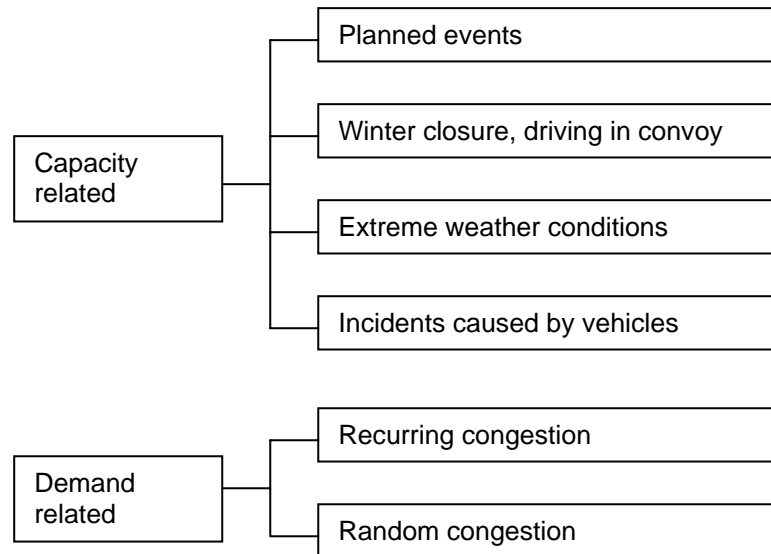
While the safety stock increases in both dimensions of uncertainty, the value of reliability is lower for high levels of demand uncertainty. This example is computed with software that is to be made available together with the report on the TØI homepage. The underlying model is documented in appendix 1 and 2.

In addition to the model with an inventory, we also treat the case where the commodity is only supplied after a customer has placed an order. In this case, there are no inventories and no stock-out costs. On the other hand, we assume that a delivery time has been set and that there is a penalty if it is not met. Also, setting a long delivery time will hurt sales. The resulting value of time has a third term as before, but it is more difficult to assess how large it is. The same goes for the value of reliability.

The impact of policies

There must be consistency between the valuation of impacts and the measurement of impacts. For instance, if reliability is measured by the standard deviation of transport time, unit values must have the same metric. To go with our unit values, we outline formulas for the expected transport time and its variance when there is risk of delays due to various forms of incidents. From these formulas the effect of main types of policies to improve reliability and speed can be judged.

Delays may be categorised as capacity related or demand related as shown in the figure.



TØI-report 825/2006

Figure 1: Categories of delay

To assess the impacts of policies in all these cases is a broad and complex task, and only the simplest cases are treated in this report. Primarily, we treat road transport along a highway where incidents of shorter duration may block the road or reduce capacity. Our model of expected transport time and transport time variance on such a road combines the impacts of incidences at certain points (as for instance accidents) and incidences that affect a stretch of the road (as snowfall, road work). In a numerical example we show how reducing the time to clear the road by 25 per cent may reduce expected delay per kilometre by 44 per cent and more than halve the variance of delays per kilometre. In another example a 50 per cent reduction in the probability of having to reduce speed from 80 to 60 kph (as for instance by better snow clearance) reduces expected delay on a 10 kilometre stretch by 3 per cent. Of course these are only illustrations.

We also survey methods of finding the mean and standard deviation in more complex vulnerable or degradable road networks and the extension to other modes and terminals. These subjects are only touched upon in the project.

Data requirements

Our methods require data that are not routinely collected or updated by transport authorities today. On the valuation side, this concerns data on commodity flows at the level of the firm. Surveys must be carried out to establish such data. With respect to the impacts of policies, our method requires detailed data on typical incidences leading to

delays. We have outlined what the data requirement is, existing sources of data in Norway and Sweden, and ways to provide the missing data. If the authorities want to reduce uncertainty in transport and improve reliability in the future, it is necessary to improve data quality and accessibility. This is true regardless of the method one wants to apply to appraise policy measures in this field in the future.

In our view, the valuation method proposed here is more easily implemented than the impact model, which not only needs better data, but also validation and calibration. In short, we need more empirical knowledge about the uncertainty of freight transport time.

1 Innledning

Dette er sluttrapporten i prosjektet ”Verdien av raskere og mer pålitelig gods-transport”, som TØI gjennomførte under det svenske Vägverkets FUD-program. Målet med prosjektet var å bringe oss et steg videre mot pålitelige kalkyleverdier for tid og forsinkelse i godstransporten gjennom å kvantifisere og verdsette effekten på sikkerhetslagre av redusert transporttid og redusert variabilitet i transporttida.

Tilfeldige hendelser av ulikt slag medfører at transporttida er usikker. Med uttrykkene ”mer pålitelig godstransport” og ”reduisert variabilitet i transporttida” kan vi mene reduksjon av variansen eller standardavviket til transporttida. Gjennomgående bruker vi standardavviket til transporttida som mål på påliteligheten, både når det gjelder å måle og verdsette pålitelighet.

Det må være samsvar mellom måten effektene måles på (for eksempel reduksjon i standardavviket til transporttida, målt i timer) og måten de verdsettes på (verdien av en marginal endring av standardavviket). I kapittel 3 vil vi utvikle metoder som gjør det mulig å beregne variansen til transporttida og hvordan ulike tiltak påvirker den. Om dette lykkes, gjenstår imidlertid verdsettingen av de oppnådde effektene, hvilket er emnet for kapittel 2.

Verdsetting

Verdsetting vil si å finne enhetsverdier for tidsbesparelser for godstransporten og for reduksjon i standardavviket til transporttida.

Primært ser vi på lagerordrestyrt anskaffelse, dvs. anskaffelser og inntransport til en bedrift som holder seg med et lager på utsalgsstedet. En reduksjon av standardavviket til transporttida vil gi bedriften mulighet til å redusere størrelsen på sikkerhetslageret uten å redusere leveringsdyktigheten, eller å forbedre leveringsdyktigheten uten å øke sikkerhetslageret. Ved å formulere en lagerstyringsmodell med usikker etterspørsel og usikker ledetid og en mest mulig realistisk gjengivelse av transportkostnadene, og studere hvordan de minimale logistikkostnadene endrer seg med transportdistanse og forventning og standardavvik til transporttida, kan vi finne verdien pr. år for bedriften av tiltak som endrer noen av disse størrelsene. Virkningen pr. tur finnes ved å dele på antall turer. Summering over bedriftene som berøres av tiltaket vil da gi oss den samfunnsøkonomiske virkningen pr. år.¹

I tillegg til å behandle lagerordrestyrt anskaffelse behandler vi også kundeordrestyrt anskaffelse, dvs. anskaffelse og inntransport som først utløses når kunden har plassert en bestilling. Vi antar at det er avtalt et leveringstidspunkt. I dette tilfellet

¹ I kapittel 2 kommenterer vi mulige avvik mellom bedriftsøkonomiske og samfunnsøkonomiske kostnader på dette området.

oppstår det kostnader først når leveringstidspunktet overskrides. Disse forsinkelseskostnadene kommer da i stedet for kostnadene ved å holde sikkerhetslager og kostnadene som oppstår når et kjøp ikke kan effektueres fra lager.

Virkningen av tiltak

Kapittel 3 handler om hendelser som medfører forsinkelser og dermed øker standardavviket i transporttida, og hvordan effekten av tiltak som reduserer omfanget og konsekvensene av slike hendelser kan måles. Målet er å utvikle eksplisitte formler for transporttidens forventning og varians (eller standardavvik) når transporten er påvirket av hendelser av forskjellig slag. Det må framgå av formlene hvordan ulike tiltak påvirker sannsynlighetsfordelingen, ellers vil virkningen lett bli anslått på en subjektiv måte av de som skal utrede tiltakene.

Dette er naturligvis et stort og komplisert emne, som langt fra er uttømt i denne rapporten. Primært behandler vi de enkleste tilfellene: biltransport langs hovedveg som er utsatt for kortvarige hendelser med mindre alvorlige konsekvenser når det gjelder trafikkflyt og framkommelighet. Vi drøfter også metoder for å finne forventning og standardavvik i mer kompliserte vegnettverk som er utsatt for stokastiske forstyrrelser. Utvidelsen til andre transportmåter enn bil og til transporter som krever omlasting er også drøftet. Det har ikke vært mulig å komme langt på dette området innafor de rammene vi har hatt i prosjektet.

Databehov

Vår metode for virkningsberegning av tiltak for godstransporten krever data som ikke rutinemessig samles inn eller oppdateres av myndighetene på samferdselsområdet i dag. På verdsettingssida gjelder det data på bedriftsnivå om de enkelte varestrømmer inn og ut av bedriften. Utvalgsundersøkelser må gjennomføres for å etablere slike data. Når det gjelder effektene av tiltak, kreves det detaljerte data om typiske hendelser som forårsaker forsinkelser. Slike data kan blant annet framskaffes ved bedre rutinemessig rapportering fra myndighetene som overvåker trafikken. Det har ikke vært en del av prosjektet å etablere tilstrekkelige data til å implementere vår metode, men vi har kartlagt hvilke data som trenges, hvilke som finns, og hvordan manglende data kan framskaffes. Dersom myndighetene i framtida skal kunne redusere usikkerheten i transporten og prioritere tiltak som forbedrer påliteligheten, finns det etter vårt skjønn ingen alternativer til å samle inn bedre data på dette området. Det gjelder langt på veg uansett hvilken metode man vil bruke i framtida til å verdsette slike forbedringer.

2 Verdien av raskere og mer pålitelig godstransport

I dette kapitlet gjengir vi resultatene fra det teoretiske arbeidet med en lagerstyringsmodell med realistiske transportkostnader, og der størrelsen på kjøretøyet som frakter sendingene kan avpasses til sendingsstørrelsen innen visse grenser. Resultatene består av formler for tidsverdien i godstransport og for verdien av en reduksjon i standardavviket til transporttida. Vi drøfter databehovet og arbeidet som må gjøres for å kunne anvende formlene til å fastsette enhetspriser til bruk i samfunnsøkonomiske analyser. Deretter utvikler vi formler og drøfter databehov for tilfellet der kunden bestiller varen for levering på et avtalt seinere tidspunkt. Talleksempler skal illustrere mulige størrelser på tidsverdien og pålitelighetsverdien. Verdien av mer effektive terminaler tas opp til slutt i kapitlet.

Oppbyggingen av den teoretiske modellen, begrunnelser for de valg som er gjort, og utledning av resultatene i tilfellet med lagerstyring, er det gjort rede for i Vedlegg 1. Vedlegg 2 inneholder løsningen av lagerstyringsmodellen. Vedlegg 3 inneholder utledninger i tilfellet med kundeordre.

2.1 Hovedresultater – lagerordrestyrt anskaffelse

Fra den teoretiske modellen i Vedlegg 1 har vi utledet formler for marginalkostnadene for godstrafikken. De omfatter verdien av en spart kilometer, verdien av en spart time under transport og verdien av økt pålitelighet, dvs. verdien av å redusere standardavviket til transporttida med en time. Parametrene i disse formlene må estimeres eller anslås. Når det er gjort, kan disse marginalkostnadene (kalkulasjonsverdiene) brukes på flere forskjellige måter:

1. De kan brukes i lenkekostnadsfunksjonene i godstransportmodeller, slik som det svenske SAMGODS-systemet og den norske NEMO.
2. De kan danne utgangspunkt for å fastsette offisielle enhetspriser på spart transporttid og redusert standardavvik i transporttida, til bruk i nyttekostnadsanalyser med det svenske Vägverkets EVA-metodikk, det norske Vegdirektoratets EFFEKT-metodikk, eller i nyttekostnadsanalyser i jernbanesektoren og på sjøfartens område.
3. De kan brukes til å bedømme rimeligheten av tidsverdier og pålitelighetsverdier som er beregnet på grunnlag av stated preference-undersøkelser, dvs. spørreundersøkelser som skal avdekke aktørenes betalingsvillighet for spart reisetid og færre forsinkelser.
4. Strukturen i den teoretiske modellen og de utledede formlene kan gi vegledning om hvordan framtidige stated preference-undersøkelser på dette området bør legges opp.

Det nye ved vår modell og de utledede marginalkostnadene er at vi tar hensyn til hvordan vareeierens leveringsdyktighet og behovet for sikkerhetslagre påvirkes av forventningen og standardavviket til transporttida og forventningen og standardavviket til etterspørselen etter varene. Det viser seg da blant annet at en reduksjon i forventet transporttid også reduserer sjansen for at det skal oppstå manko i leveringstida². Dette kan bedriften utnytte enten ved å beholde sitt leveringsdyktighetskrav og redusere sikkerhetslageret, eller ved å beholde sikkerhetslageret og forbedre sin leveringsdyktighet. En konsekvens av denne effekten er at verdien av å redusere standardavviket til transporttida med en time inngår som et ledd med en egen koeffisient i tidsverdien for gods, dvs. verdien av en innsparing i forventet transporttid.

Ledetida består av transporttid og annen tid som medgår fra bestilling av en ny sending til levering. Vi antar de to elementene er stokastisk uavhengige.

I vår modell kan transporten enten foregå fra dør til dør med bil, eller bestå av kjøring til en terminal, transport langs en hovedstrekning med et hvilket som helst transportmiddel, og utkjøring til bestemmelsesstedet fra en terminal nær ved. Størrelsen på distribusjonskjøretøyene vil kunne avpasses etter sendingsstørrelsen. Det samme gjelder for dør-til-dør-transport. Frekvens og kapasitet på hovedstrekningen anses tilstrekkelig uansett hvilken sendingsstørrelse og sendingshyppighet vareeieren vil kunne ønske. Hvis prisen på hovedstrekningen tilsvarer marginalkostnaden, vil våre formler gjelde både for dør-til-dør, distribusjonskjøring og hovedstrekningen.

Verdien av en spart kilometer

Utleddningen viser, naturlig nok, at verdien av en spart kilometer under distribusjonskjøring er lik de kilometeravhengige kostnadene for et distribusjonskjøretøy av optimal størrelse. Verdien av en spart kilometer ved dør-til-dør-transport er lik de kilometeravhengige kostnadene for en bil av optimal størrelse. Verdien for vareeieren av en spart kilometer på hovedstrekningen er lik de kilometeravhengige kostnadene til kjøretøyet på hovedstrekningen multiplisert med sendingens andel av hele lasta.

Verdien av en spart time

Verdien av en spart time ved dør-til-dør eller distribusjonstransport (tidsverdien for godstransport, forkortet VOT) er lik kostnaden ved å leie og bemanne det optimale kjøretøyet i en time, pluss kostnaden ved å ha sendingen under transport i en time (verdiforringelse og kostnader ved å binde opp kapital), pluss et tredje ledd, som er kostnaden ved den økte usikkerheten som en times økning i transporttida representerer. Vi vil kalle det tredje leddet i tidsverdien for *usikkerhetskomponenten*. Formelen for dette tredje leddet er $V \cdot (\sigma_D / \mu_D)^2$, der V er verdien pr. tur av en marginal reduksjon i *variansen* til transporttida, og σ_D / μ_D er variasjonskoeffisienten til etterspørselen etter varene pr. time. Verdien av en spart time på hovedstrekningen er den samme som ved dør-til-dør eller distribusjons-

² På svensk: brist under leveranstiden, dvs. at etterspørselen ikke kan dekkes fra lager.

kjøring, bortsett fra at det første leddet, de tidsavhengige kjørekostnadene, må multipliseres med sendingens andel av hele lasta.

Verdien av en times spart standardavvik

Et tiltak som marginalt reduserer variansen til transporttida, medfører en marginal kostnadsreduksjon pr. tur for bedriften lik V . Dette gjelder uavhengig av om tiltaket berører distribusjonskjøring eller hovedstrekning eller eventuell omlasting på terminaler. Både i formelen for tidsverdien og i formelen for verdien av en reduksjon i variansen til transporttida skal V bare beregnes for turer med last. Ved tomkjøring tilbake blir altså den gjennomsnittlige marginale kostnadsreduksjonen pr. enkelttur lik $\frac{1}{2} V$. Legger vi en slik tomkjøringsgrad på 50 % til grunn, vil verdien av økt pålitelighet, dvs. verdien av en marginal reduksjon i *standardavviket* til transporttida, VOR , være $\frac{1}{2} V$ multiplisert med 2 ganger standardavviket til ledetida.³ Siden både forventet transporttid og standardavviket til ledetida er målt i timer, kan størrelsen på VOT og VOR sammenliknes ved hjelp av formelen for VOR , opplysning om standardavviket til ledetida og det som er sagt ovenfor om hvordan VOT er sammensatt.

For eksempel kan vi danne en hypotese om at forholdet VOR/VOT for den enkelte bedriftsspesifikke varestrømmen kan forklare svarene vi får når vi ber bedrifter om betalingsvilligheten for en liten reduksjon i standardavviket til transporttida og uttrykker svaret i prosenter av tidsverdien. Hypotesen kan undersøkes ved enkel regresjon dersom vi innhenter tilleggsopplysninger i tilknytning til en slik stated preference-undersøkelse.

Formelverk

Formelen for verdien av redusert varians, V , inneholder to vanskelig kvantifiserbare parametere, nemlig kostnaden pr. tilfelle av manko⁴ og kostnaden pr. tidsenhet som mankoen varer. Hvis en av dem antas å være null, kan den andre elimineres ved å innføre to vanlig brukte kriterier på leveringsdyktighet i stedet. Vi deler derfor leveransene i to klasser, én der mankokostnaden pr. tilfelle er null, og en der mankokostnaden pr. tidsenhet er null. Den første klassen omfatter leveranser av en slik karakter at hvis de ikke ankommer når kunden vil ha dem, vil det forårsake at en aktivitet må utsettes. Reservedeler og andre vitale innsatsfaktorer til produksjonen vil være et typisk eksempel. Den andre klassen omfatter leveranser der aktiviteten likevel kan gjennomføres som planlagt ved at bedriften eller kunden kan framskaffe en erstatning for den uteblitte leveransen til en engangskostnad, eller der en bestemmer seg for å gjennomføre en alternativ, men litt mindre lønnsom eller nyttig aktivitet i stedet.

Kall disse to tilfellene A og B, og formelen for V i hvert av tilfellene V_A og V_B . A er altså tilfellet med mankokostnad pr. tidsenhet og B tilfellet med mankokostnad pr. gang.

³ Vår terminologi kan forklares slik: VOT = value of time, V = value of variance, VOR = value of reliability, i.e., of reducing the standard deviation of transport time.

⁴ Svensk: kostnaden pr. bristtilfalle.

Vi definerer følgende variable:

p	prisen pr. tonn av varen (uten transportkostnader og forsikring)
v	vekta av en vareenhet i tonn
h	kostnaden ved å holde varer til en verdi av en krone på lager i en time
μ_D	forventet etterspørsel pr. time (i enheter av varen)
σ_D	standardavviket til etterspørsel pr. time
μ_L	forventet etterspørsel i ledetida (tida fra bestilling til leveranse)
σ_L	standardavviket til etterspørsel i ledetida
μ_T	forventet ledetid i timer
σ_T	standardavviket til ledetida
Q^*	optimal sendingsstørrelse i tonn
R^*	optimalt ordrepunkt (lagerposisjon ved ny bestilling) i enheter av varen
S_1	sannsynligheten for at ingen manko forekommer i perioden mellom to ordre (et leveringsdyktighetskriterium når <i>varigheten</i> av manko er viktigst)
S_2	sannsynligheten for at et tilfeldig kjøp kan effektueres fra lager (et leveringsdyktighetskriterium når antall mankotilfeller er viktigst)
k	sikkerhetsfaktoren (en styringsparameter dersom man bruker S_1 som leveringsdyktighetskriterium)
f, F	tetthetsfunksjonen og den kumulative sannsynlighetsfordelingen til den standardiserte normalfordelingen

Grunnen til at vi noen steder bruker tonn som benevning, andre steder vareenheter, er at tonn passer best for variablene som har betydning for transporten, men når vi tar for oss sikkerhetslaget og mankokostnadene, opererer vi heller med vareenheter. Med denne notasjonen har vi:

$$(2.1) \quad V_A = \frac{1}{2} pvh\mu_D \frac{(1 - S_1)}{(1 - S_2)}$$

$$(2.2) \quad V_B = \frac{1}{2} pvh\mu_D \left[\frac{S_2}{1 - S_1} \frac{Q^*}{v\sigma_L} f(k) + (1 - S_1) \right]$$

Vi ser at V i begge tilfeller består av $pvh\mu_D$, kostnaden ved å holde en times gjennomsnittlig etterspørsel på lager, multiplisert med en faktor som i tilfelle A bare inneholder de to leveringsdyktighetskriteriene, men i tilfelle B er noe mer komplisert. Vi innfører følgende regel: I (2.1) er det S_1 som er valgvariabel, og S_2 er en konsekvens som må beregnes, mens i (2.2) er det S_2 som er valgvariabel, og S_1 er en konsekvens som må beregnes. Grunnen til regelen er følgende: I tilfelle A er det varigheten av et mankotilfelle som teller. En annen måte å si det samme på, er at det er den forventede beholdningen av manko på et tilfeldig tidspunkt som teller. Ved å velge S_1 velger man faktisk også størrelsen på denne beholdningen. I

tilfelle B er det antallet mankotilfeller pr. år som teller, og ved å velge S_2 kan det holdes under kontroll.

For å klargjøre dette og andre sider ved formlene trenger vi å beskrive variablene nærmere. Følgende sammenhenger gjelder:

$$(2.3) \quad \mu_L = \mu_D \mu_T$$

$$(2.4) \quad \sigma_L^2 = \mu_T \sigma_D^2 + \mu_D^2 \sigma_T^2$$

$$(2.5) \quad k = \frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L}$$

$$(2.6) \quad S_1 = F(k)$$

$$(2.7) \quad S_2 = 1 - \frac{v\sigma_L}{Q^*} [f(k) - kF(k)]$$

Likning (2.3) og (2.4) gir forventning og standardavvik til etterspørselen i ledetida som funksjoner av variable som vel er lettere observerbare, nemlig forventning og varians til etterspørselen pr. time og til ledetida.

Det er ingen skrivefeil i likning (2.4). Denne meget interessante likningen viser hvor følsom variansen til etterspørselen i ledetida er for endringer i forventet ledetid, variansen til ledetida, forventet etterspørsel og variansen til etterspørselen. Som vi straks skal se, har en økning i en av disse variablene umiddelbar virkning på sikkerhetslageret.

Likning (2.5) er ikke noe annet enn definisjonen av k . Likevel er (2.5) interessant når det gjelder spørsmålet om å finne data til formel (2.1) og (2.2). For å se det må vi først definere begrepet 'lagerposisjon'. Lagerposisjonen til enhver tid er størrelsen på det fysiske lageret som befinner seg på bestemmelsesstedet, pluss mengden av varer som er bestilt og undervegs, minus mengden av utestående ordre (varer som er kjøpt av kunden, men som ikke har kunnet leveres ennå). Vi definerte R^* som lagerposisjonen som utløste en ny bestilling. $R^* - \mu_L$ er da den forventede lagerposisjonen i det øyeblikk denne bestillingen ankommer. Antar vi at det aldri er to bestillinger underveis samtidig, vil $R^* - \mu_L$ bestå av forventet beholdning på lageret idet en ny sending ankommer, minus det av denne beholdningen som allerede er lovet bort. $S = R^* - \mu_L$ kaller vi derfor sikkerhetslageret. Vi ser av (2.5) at $S = k\sigma_L$, slik at sikkerhetslagerets størrelse er proporsjonalt med standardavviket til etterspørselen i ledetida. Det er grunnen til at k ofte kalles sikkerhetsfaktoren.

I mange tilfeller vil bedriften kjenne k , fordi den har fastlagt en bestemt S_1 som leveringsdyktighetskriterium. Vi ser av (2.6) at en fastlagt konstant S_1 er det samme som å holde en konstant k . Når S_1 er gitt, er k gitt, og omvendt.

Uansett viser likning (2.5) og (2.6) at om vi kjenner μ_L og σ_L , og en av de tre variablene S_1 , R^* og k er kjent, kan de to andre beregnes. Det finns derfor tre alternativer for hvilke data vi kan innhente for å få fastlagt disse tre variablene.

Likning (2.7) viser for det første at om S_1 , R^* eller som her k er gitt, vil S_2 ikke kunne velges fritt. Med gitt S_1 og data om Q^* , μ_L og σ_L vil derimot S_2 kunne

beregnes og formel (2.1) evalueres. Omvendt, for gitt S_2 vil k være en funksjon av Q^* og σ_L . Siden S_2 ofte er regnet for et godt leveringsdyktighetskriterium, virker det fornuftig å legge til grunn at bedriften velger seg en verdi for S_2 , for eksempel $S_2 = 0.95$. Kjenner vi da Q^* , μ_L og σ_L , vil de øvrige variablene kunne beregnes og formel (2.2) evalueres.

Dette gir etter vårt skjønn lyse utsikter for å implementere bruken av formlene (2.1) og (2.2) gjennom en utvalgsundersøkelse i bedrifter.

Et tiltak vil kunne påvirke godstrafikken gjennom endring i transportdistansen pr. tur, endring i forventet transporttid pr. tur og endring i standardavviket til transporttida pr tur. Den samfunnsøkonomiske vurderingen av endringer i *transportdistanse* endres ikke ved vår metode. Verdsettingen av endringer i *standardavviket til transporttida*, VOR, vil skje med enhetspriser som er et gjennomsnitt av enhetsprisene for de varestrømmene som berøres av tiltaket, slik de kan estimeres på grunnlag av formel (2.1) eller (2.2) og sammenhengen

$$(2.8) \quad VOR = 2\sigma_T \cdot V$$

Verdien for godstransporten av en endring på en time i *forventet transporttid* (VOT) vil inneholde V , og vil må derfor skille mellom tilfelle A og B, som gir opphav til VOT_A og VOT_B . Formlene er:

$$(2.9) \quad \begin{aligned} VOT_A &= (w + i_0 + i_1 C^*) + \frac{1}{2} p j Q^* + \frac{1}{2} V \cdot \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \\ &= (w + i_0 + i_1 C^*) + \frac{1}{2} p j Q^* \left[1 + \frac{1}{2} \frac{h}{j} \cdot \frac{v \mu_D}{Q^*} \cdot \frac{1 - S_1}{1 - S_2} \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

$$(2.10) \quad \begin{aligned} VOT_B &= (w + i_0 + i_1 C^*) + \frac{1}{2} p j Q^* + \frac{1}{2} V \cdot \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \\ &= (w + i_0 + i_1 C^*) + \frac{1}{2} p j Q^* \left[1 + \frac{1}{2} \frac{h}{j} \cdot \frac{v \mu_D}{Q^*} \cdot \left(\frac{S_2}{1 - S_1} \frac{Q^*}{v \sigma_L} f(k) + (1 - S_1) \right) \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

I (2.9) og (2.10) er w lønnskostnader pr. time til sjåfør eller mannskap, $i_0 + i_1 C^*$ er kapitalkostnaden pr. time for kjøretøyet, og $p j Q^*$ er kostnaden ved å ha varebeholdningen Q^* (i tonn) under transport i en time. Det er tatt høyde for at transporten kan medføre større verdiforringelse enn stasjonær lagring, idet j kan være forskjellig fra h . Disse elementene i tidskostnaden er helt normale og kan beregnes på vanlig vis. Det eneste nye er at kostnaden ved å ha varer under transport skal oppjusteres med et visst beløp som reflekterer den økte faren for leveringssvikt eller det økte behovet for sikkerhetslager som den ekstra timen gir opphav til. Det trenges ikke andre data til denne oppjusteringen enn de som allerede trengtes til V . Tallet $\frac{1}{2}$ foran klammeparentesen i siste linje i (2.8) og (2.9) opptrer

fordi modellen forutsatte tomkjøring tilbake. Det kan erstattes med en annen gjennomsnittlig kapasitetsutnyttelse om ønskelig.

For å danne en *samfunnsøkonomisk enhetspris* på spart transporttid i godstransport må en kunne finne et gjennomsnitt av de vare- og bedriftsspesifikke tidsverdiene for varestrømmene som berøres av tiltaket.

Betrakt et tiltak på en viss strekning som benyttes av transportene til vår bedrift, og anta at tiltaket forkorter strekningen med Δa kilometer, reduserer forventet transporttid på strekningen (og dermed på hele transporten) med $\Delta\mu_T$ timer og reduserer standardavviket til transporttida på strekningen (og dermed standardavviket til den totale transporttida) med $\Delta\sigma_T$ timer. La de kilometeravhengige transportkostnadene være en lineær funksjon $k_0 + k_1 C^*$ av (den optimale) størrelsen C^* på kjøretøyet som brukes på strekningen, og la $\Delta\tilde{G}$ være endringen i bedriftens samlede logistikk- og transportkostnader pr. enkelttur. Vi sammenfatter våre resultater ved å sette

$$(2.11) \quad \Delta\tilde{G} = (k_0 + k_1 C^*) \Delta a + VOT \cdot \Delta\mu_T + VOR \cdot \Delta\sigma_T$$

Dette er hovedresultatet av den teoretiske undersøkelsen av verdien av raskere og mer pålitelig godstransport. I tilfellet som vi har modellert – og som vi kan kalle lagerordrestyrt anskaffelse – er VOT definert ved (2.9) eller (2.10). I tilfellet som vi skal behandle i avsnitt 2.3 – og som vi kaller kundeordrestyrt anskaffelse – vil formel (2.11) fremdeles gjelde, men definisjonen av VOT og VOR vil måtte endres.

Drøfting

Vi veit at de tidsavhengige kostnadene, som blant annet inneholder mannskapskostnaden pr. time, vil være av en helt annen størrelsesorden enn $\frac{1}{2}pjQ^*$, lagerholds-kostnaden ved å ha sendingsvolumet under transport. Med unntak for svært verdifullt gods vil altså det første leddet i tidskostnaden være så mye større enn det andre at det nesten ikke har noen hensikt å regne med det andre. Spørsmålet er da om det tredje leddet, som vi har kalt usikkerhetskomponenten, også vil være så lite at det ikke betyr noe særlig. Av andre linje i (2.9) og (2.10) ser vi at det avhenger av forholdstallet h/j , av antall sendinger pr. time $v\mu_D/Q^*$, av variasjonskoeffisienten til etterspørselen σ_D/μ_D og av en fjerde faktor som er vanskeligere å bedømme. Spesielt vil variasjonskoeffisienten til etterspørselen være avgjørende, siden den er opphøyd i annen. Usikkerhetskomponenten kan altså være alt fra helt ubetydelig til betydelig, avhengig av hvor usikker etterspørselen er. Forholdstallet $v\mu_D/Q^*$ vil også ha stor betydning.

Når det gjelder pålitelighetsverdien VOR, vil den være proporsjonal med standardavviket til ledetida, som igjen kan antas å øke med transporttida. Vi finner altså at vår metode for verdsetting særlig vil gi utslag for langtransport av verdifullt gods med stor, men likevel usikker eller tilfeldig etterspørsel.

Endring i antall sendinger pr. år og sendingsstørrelse tas ikke i betraktning

Som forklart ovenfor, har VOR og VOT framkommet ved å dele den marginale endringen i årlige logistikkostnader på antall turer. Det er ikke tatt hensyn til at også antall turer vil endre seg når optimal sendingsstørrelse skal tilpasses nye transportkostnader. Formler som tar hensyn til det vil finnes i Vedlegg 1. Vi har imidlertid lagt til grunn at antall turer, eller volumet av godstrafikk på den berørte lenka, er bestemt på annet vis, slik at det ikke vil være riktig å dobbeltbestemme dem gjennom å bruke enhetsverdier som bygger på at antall turer endrer seg.

Lokaliseringsvirkninger tas ikke i betraktning

Vår modell kan forklare hvorfor en bedrift med usikker etterspørsel eller produksjonsvolum vil foretrekke leverandører som ligger nær, målt i transporttid, og nærmere jo større krav som stilles til leveringsdyktighet og jo mer usikker transporttida er. En annen måte å si det samme på er at tiltak som reduserer usikkerheten i transporttida, vil gjøre det mulig for en bedrift med usikker etterspørsel og et visst leveringsdyktighetskrav å ta i bruk leverandører som ligger lengre vekk. Slike lokaliseringsevirkninger og regionaløkonomiske virkninger av raskere og mer pålitelig transport vil imidlertid ikke bli undersøkt videre her.

Bedriftsøkonomisk og samfunnsøkonomisk mankokostnad

Når det finnes konkurranse i et varemarked, vil bedriftsøkonomisk og samfunnsøkonomisk mankokostnad kunne være to forskjellige størrelser. Ved manko vil kunden ofte kunne henvende seg til en konkurrent og få samme vare til bare en ubetydelig tilleggsulempe. Ulempen ved den ekstra turen til et annet utsalg er samfunnets mankokostnad. Mankokostnaden for bedriften vil imidlertid kunne være betydelig, i form av tapt goodwill og tap av markedsandel. I vår modell er det bedriften som optimerer, og resultatet kan være at lagrene i bransjen er større enn det som er samfunnsøkonomisk optimalt. (Et samarbeid mellom bedriftene om lagerholdet ville kunne rette på det.)

Vi argumenterer her ut fra at mankokostnadene for bedriften vil være kostnader ved tapt salg. Vår modell bygger imidlertid på at kunden vil vente til varen kan leveres.⁵ Det er realistisk når konkurransen er mindre skarp. I det tilfellet kan en også kanskje anta at kunden blir kompensert for sine ulemper gjennom prisavslag o.l., slik at bedriftens kostnader også er samfunnets.

Under ellers like forhold vil tilfellet med utestående ordre gi større optimal sendingsstørrelse og mindre ordrepunkt og sikkerhetslager enn tilfellet med tapt salg. Selv om forskjellen i praksis er svært liten (Hadley og Whitin 1963), vil vi derfor anta at tilfellet med utestående ordre egner seg bedre til å modellere samfunnsøkonomiske kostnader enn tilfellet med tapt salg, også når konkurransen er skarp.

⁵ Terminologien her er: Engelsk: lost sales/backorders, svensk förlorad sal/restnotering, norsk tapt salg/utestående ordre.

En kan redusere forskjellen mellom bedriftsøkonomiske og samfunnsøkonomiske kostnader dersom en kan finne ut hvilke kostnader som er viktigst for samfunnet, de tidsavhengige eller de som oppstår pr. gang. En kan da i beregningene forutsette at alle bedrifter bruker det ”riktige” kriteriet. Hvis antall tilfeller er viktigst, forutsetter vi at alle bedrifter bruker leveringsdyktighetskriteriet S_2 . Da vil antall mankotilfeller pr. år være konstant uansett hvilke forbedringer som iverksettes. Dermed vil verken kundenes eller bedriftens årlige forventede engangskostnader ved manko påvirkes av tiltaket. Eventuelle forskjeller mellom bedriftsøkonomi og samfunnsøkonomi er da reduserte til forskjeller i vurderingen av de tidsavhengige mankokostnadene.

2.2 Nærmere om databehovet og aggregeringsbehovet

Databehov og innsamlingsmetode

For å komme fram til typiske eller gjennomsnittlige verdier for VOR og VOT som kan brukes i samfunnsøkonomiske analyser, trenges data om varestrømmer på bedriftsnivå. Dette er data som er mer detaljerte enn det som kan finnes i offentlig statistikk, og det må derfor gjennomføres en undersøkelse i et utvalg bedrifter. I den enkelte bedrift vil vi være interessert i en enkelt vare. Alle data vil vi kunne få ved et spørreskjema forutsatt at vi finner fram til de rette personene i bedriften, men det vil finnes et behov for å kontrollere rimeligheten av svarene på forskjellige måter.

Det dreier seg om følgende data:

1. Varens verdi på transporttidspunktet, pv
2. Lagerkostnad pr. år pr. krone vare på lager, som gir h om man deler på antall forretningstimer pr. år
3. Kostnad pr. år pr. krone vare under transport, som gir j om man deler på antall forretningstimer pr. år
4. Optimal (eller normal) sendingsstørrelse i tonn, Q^*
5. Forventning og varians til etterspørselen pr. time, μ_D og σ_D , eller data som gjør det mulig å beregne forventning og varians
6. Leveringsdyktighetskriteriet S_2 . Om bedriften ikke kan svare på det, spørres etter S_1 , k , eller R^*
7. Opplysninger om transporten: Er det en eller flere leverandører? Leverandørens adresse (hvor transporten startet), transportmåte/transportveg, eventuelle opplysninger om forventet transporttid og transporttidens sannsynlighetsfordeling, eller om forsinkelsenes hyppighet og varighet.
8. Opplysninger om ledetida: Forventet varighet og avvik fra forventningen.

Dette er databehovet når anskaffelse skjer til lager. Vi vil altså i tillegg ha behov for å kartlegge om dette gjelder for den bedriften vi spør. I tilfellet der anskaffelsen ikke skjer før en kunde har plassert en bestilling (kundeordrestyrt anskaffelse) vil vi trenge delvis andre opplysninger. Det kommer vi tilbake til i neste avsnitt.

Vi kommenterer punkt 5, 7 og 8.

Når det gjelder etterspørselen (punkt 5), kan det tenkes data i ulike former, fra detaljert salgsstatistikk pr. time (neppe), dag eller uke, til bedriftens egne sammenfattende statistiske mål, og videre til mer omtrentlige anslag. Detaljert statistikk er best fra et nøyaktighetssynspunkt, men krever etterarbeid med å finne hva slags stokastisk prosess som kan ha generert data, ta vekk sesongmessige variasjoner og beregne forventning og varians. Med mindre detaljerte data må vi imidlertid også gjøre forutsetninger om den stokastiske prosessen for å kunne utlede fordelingen til etterspørselen pr. time.

Når det gjelder opplysninger om transporten (punkt 7), vil det også være nødvendig med et omfattende etterarbeid. Bedriftens opplysninger må i alle tilfelle kontrolleres mot andre opplysninger om avstander, kjøretider etc. Sannsynligvis er det vi (dvs. de som gjennomfører undersøkelsen) som må beregne transporttid ut fra bedriftens opplysninger, og standardavviket ut fra bedriftens opplysninger i kombinasjon med modellene i kapittel 3.

Ledetida består av transporttida og tid før og etter til å skaffe fram og pakke varene, pakke ut og kontrollere etc. Vi trenger å identifisere de to delene. Til det trenger vi bedriftens opplysninger under punkt 8 om forventning og variasjon i ledetida. Vi definerer ledetida T som

$$(2.12) \quad T = \sum_i t_i + T_0$$

der T_0 er de delene av ledetida som ikke har med transport og gjøre, og t_i er transporttida på strekning i . Vi antar at alle t_i og T_0 er stokastisk uavhengige, slik at

$$(2.13) \quad \begin{aligned} \mu_T &= \sum_i Et_i + ET_0 \\ \sigma_T^2 &= \sum_i \text{var } t_i + \text{var } T_0 \end{aligned}$$

Det framgår av formel (2.4) at μ_T og σ_T er data som trengs for å beregne μ_L og σ_L og derfor til å evaluere formel (2.1) og (2.2). Med hjelp av bedriftens opplysninger under punkt 7 vil vi kunne beregne $\sum Et_i$ og $\sum \text{var } t_i$. Men bedriftens opplysninger under punkt 8 vil være vesentlige for å anslå μ_T og σ_T og dermed finne ET_0 og $\text{var } T_0$.

En mulig datakilde

Det pågår et prosjekt for å innarbeide en logistikkmodul i de nasjonale godsmodellene SAMGODS og NEMO (Rand Europe and Sitma 2005). I dette prosjektet kan det bli gjennomført en utvalgsundersøkelse i bedrifter, men den er for øyeblikket utsatt. Undersøkelsen vil kunne gi opplysninger om punkt 1, 4, 7 og 8, og muligens 6. Andre data kan anslås ut fra arbeid som er gjort i prosjektet – det kan dreie seg om 2 og 3, og igjen om 7. Hovedproblemet er da data av type 5, spesielt om variansen til etterspørselen. Den mest realistiske måten å skaffe gode data på, er uansett gjennom et samarbeid med dette prosjektet.

Aggregering til gjennomsnittsverdier

Så å si alle variable som inngår i VOR og VOT vil være spesifikke for den enkelte varestrømmen i den enkelte bedrift. Det finns lite som kan forutsettes å være likt for en bestemt gruppe av bedrifter. Dermed ser det ut til at den beste strategien for å bruke data fra bedriftsundersøkelsen til å danne enhetspriser til bruk i nyttekostnadsanalyse, er å danne et vektet gjennomsnitt av alle VOR og VOT som kan beregnes på grunnlag av det enkelte utfylte og bearbejdede spørreskjema. Vektningen gjennomføres for at det samlede observasjonsmaterialet best mulig skal gjenskape kjennetegn ved den virkelige populasjonen av bedrifter og varestrømmer ("sample enumeration"). Observasjoner med manglende eller upålitelige data må naturligvis utelukkes.

En kan dele inn observasjonene i de som innebærer langtransport og de som gjelder distribusjonskjøring eller transport over kortere avstander. En kan også dele inn langtransporten etter transportmåte på hovedstrekningen, og nærtransporten etter hvilken del av landet observasjonen gjelder. Ved å beregne egne gjennomsnitt for hver av disse gruppene kan en om ønskelig bruke differensierte VOR og VOT alt etter sammensetningen av trafikken på det stedet som det analyserte tiltaket skal gjennomføres.

2.3 Hovedresultater – kundeordrestyrt anskaffelse

Ovenfor har vi utledet VOR og VOT fra en modell med lagerordrestyrt anskaffelse (anskaffelse på prognose). Det motsatte er kundeordrestyrt anskaffelse, dvs. at kunden kjøper eller bestiller varen før bedriften går til anskaffelse av den, og i mange tilfeller før varen produseres. Grunnen til kundeordrestyrt anskaffelse kan være at denne varen sjelden selges, så det lønner seg ikke å ha et eneste eksemplar på lager, eller at kunden vil være med å bestemme hvordan varen skal utformes. Hvor relevante er våre formler for det tilfellet?

Kundeordrestyrt anskaffelse innebærer (strengt tatt) at det ikke eksisterer noe stasjonært lager på bestemmelsesstedet, og dermed heller ikke noe sikkerhetslager eller noen kostnader forbundet med lager på bestemmelsesstedet. Det oppstår normalt heller ikke noen mankokostnader i det kunden leverer sin bestilling. Ofte vil kunden være fullt ut innforstått med at varen ikke kan leveres fra lager, og vil enten ha tatt hensyn til det ved å plassere ordren i god tid, eller han vil sette høyere pris på å få en vare som er tilpasset hans ønsker enn på muligheten til å få den straks. På den andre sida er kunden ikke villig til å vente hvor lenge som helst. Det kan derfor være avtalt et leveringstidspunkt, slik at det oppstår forsinkelseskostnader etter den tid. Alt dette innebærer store forandringer i forhold til modellen vi har utviklet for lagerordrestyrt anskaffelse.

Vi bør skille mellom de tilfellene der en kundeordre straks effektueres i form av en egen sending, og tilfellene der kundeordrene samles opp til en større sending. Hvis hver kundeordre gir opphav til en egen sending, vil sendingsstørrelsen ikke lenger være en valgvariabel for bedriften.

En forutsetning for vår modell for *lagerordrestyrt* anskaffelse er at varene blir etterspurt én om gangen. Hvis man risikerer at en kunde kommer og "kjøper opp hele lageret" vil det formelt ikke være mulig å holde et fast ordrepunkt. Ved

kundeordrestyrt anskaffelse bør vi skille mellom de tilfellene der denne forutsetningen fremdeles holder og de tilfellene der den ikke gjør det.

Dette gir oss tre tilfeller å behandle:

1. Kundeordrene ekspederes og sendes hver for seg. Alle kundene etterspør samme kvantum.
2. Kundeordrene ekspederes og sendes hver for seg. Kundene etterspør ulike kvanta.
3. Kundeordrene samles opp til et mindre antall sendinger. Kundene etterspør samme eller ulikt kvantum.

Tilfelle 1

Kundeordrene ekspederes og sendes hver for seg. Alle kundene etterspør samme kvantum.

Her er det like mange sendinger pr. år som det er kundeordre. Det er fremdeles like rimelig å anta at etterspørselen er generert av en stasjonær stokastisk prosess. Forventet årlig etterspørsel er x . Gjennomsnittlige årlige logistikkostnader består av transportkostnader, ordrekostnader og kostnaden ved å ha varer under transport. Det er ikke noe lager på utsalgsstedet, men derimot kan det være et lager på produksjonsstedet dersom varen må produseres før den kan leveres (kundeordrestyrt produksjon). I det tilfellet finns det altså også en lagerkostnad. Det er ingen mankokostnad, men derimot kan vi anta at det er avtalt et leveringstidspunkt, og at forsinkelser i forhold til det er kostbare.

Ingen av virkemidlene som sto til disposisjon for bedriften i lagerordretilfellet er disponible for bedriften i dette tilfelle. Sendingsstørrelsen Q er bestemt utenfra. Kjøretøystørrelsen C er bestemt som det minste mulige kjøretøy som kan frakte Q , og dette valget vil bli truffet av transportøren, som må minimere sine kostnader for å klare seg i konkurransen med andre transportører. Ordrepunktet R kan i og for seg defineres ($R = -Q$), men det knytter seg ingen mankokostnader til det. Bortsett fra forsinkelseskostnadene er altså logistikkostnadene determinert når årlig etterspørsel x er gitt.

Ledetida T er tida fra bestilling til levering. Avtalen om leveringstidspunkt innebærer at det påløper en forsinkelseskostnad pr. gang når ledetida overskrider en grense M . Alternativt kan forsinkelseskostnaden påløpe pr. tidsenhet. Vi kan skrive de forventede årlige forsinkelseskostnadene som $(c_c K_c + c_d K_d) x Q^{-1}$, der $x Q^{-1}$ er gjennomsnittlig antall sendinger pr. år når alle kundene bestiller kvantum Q , c_c og c_d er henholdsvis forsinkelseskostnaden pr. gang og pr. tidsenhet, K_c er sannsynligheten for at ledetida T skal overstige M , og K_d er forventet ledetid ut over M , gitt at ledetida overstiger M .

Vi må tenke oss at bedriften har noe å vinne på å avtale rask levering, enten i form av høyere pris på varen eller i form av større gjennomsnittlig årlig etterspørsel. La $\varphi(M)$, $\varphi' < 0$ være bedriftens gjennomsnittlige årlige profitt (eksklusive forsinkelseskostnadene) som funksjon av M . Bedriftens gjennomsnittlige årlige logi-

stikkostnader (eksklusive forsinkelseskostnadene) vil inngå i $\varphi(M)$ med negativt fortegn.

Vi antar at ledetida er normalfordelt, og har

$$(2.14) \quad K_c = \Pr(T > M) = 1 - \Pr\left(\frac{T - \mu_T}{\sigma_T} \leq \frac{M - \mu_T}{\sigma_T}\right) = 1 - F\left(\frac{M - \mu_T}{\sigma_T}\right)$$

der F er den kumulative sannsynlighetsfordelingen til den standardiserte normalfordelingen.

Videre har vi at den forventede varigheten av forsinkelsen, gitt at den forekommer, er:

$$(2.15) \quad K_d = \frac{x}{Q} \int_{(M - \mu_T)/\sigma_T}^{\infty} z f(z) dz$$

Bedriften vil maksimere profitten med hensyn på M . Bedriftens problem er altså:

$$(2.16) \quad \text{Max}_M \Pi = \varphi(M) - c_c K_c - c_d K_d$$

Vi viser i Vedlegg 3 at verdien av redusert varians, V , i dette tilfellet kan skrives:

$$(2.17) \quad V_E = \begin{cases} V_C \left(1 + \frac{c_d}{c_c} \frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T}\right) & \text{når } c_c > 0 \\ V_D & \text{når } c_c = 0 \end{cases}$$

der

$$(2.18) \quad V_C = \frac{1}{2} c_c f\left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T}\right) \cdot \frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^3}$$

$$(2.19) \quad V_D = \frac{1}{2} c_d f\left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T}\right) \cdot \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^2}\right)^2$$

Tids- og pålitelighetsverdien blir da

$$(2.20) \quad \begin{aligned} VOT_E &= (w + i_0 + i_1 C) + \frac{1}{2} p j Q + V_E \cdot \frac{\sigma_T^2}{M^* - \mu_T} \\ VOR_E &= 2\sigma_T V_E \end{aligned}$$

Det eneste som endrer seg med kundeordrestyring er altså i dette tilfellet hvordan V er definert og hvordan den inngår i VOT .

Det er grunn til å merke seg at ved kundeordre vil ledetida (både forventning og standardavvik) ofte være lengre enn ved lagerordre. Dette skyldes både at lagerordrestyring i større grad kan gjennomføres planlagt, og at det i noen tilfeller kan ta tid å produsere den bestilte varen eller modifisere den for å tilfredsstille kundens behov. Isolert sett tenderer det tydeligvis mot å øke tidsverdien og senke pålitelighetsverdien.

Databehov i tilfelle 1

Som nevnt i teksten under de 8 punktene som angir databehovet ved lagerordrestyring, må vi klarlegge om bedriften bruker lagerordrestyring eller kundeordrestyring. Som før vil vi trenge data på punkt 1, 3, 4, 5, 7 og 8. Data om punkt 2 og 6 er ikke nødvendig, derimot trenger vi:

9. Opplysninger om det er tilfelle 1, 2 eller 3 som passer best som beskrivelse av bedriftens politikk.
10. Opplysning om prosentvis slakk i forhold til forventet ledetid som legges inn ved avtale om leveringstidspunkt. Av det kan vi utlede M .
11. Om mulig, opplysning om kostnader som påløper ved forsinkelser.

Det er lite trolig at punkt 11 kan oppfylles. Alternativt må vi derfor utforske bedriftens betalingsvillighet for å unngå forsinkelse gjennom stated preference-undersøkelser. Formlene kan imidlertid brukes sammen med punkt 9 og 10 til å analysere og tolke spredningen i svarene, og eventuelt utlede implisitte engangskostnader og tidskostnader ved forsinkelse i følge formlene.

Tilfelle 2

Kundeordrene ekspederes og sendes hver for seg. Kundene etterspør ulike kvanta.

I dette tilfellet vil hver bestilling medføre forskjellig transportkostnad og kostnad ved varer under transport. Vi kan dele inn sendingene i klasser indeksert med j etter sendingsstørrelse Q_j . For hver klasse vil tilfelle 1 gjelde. Hvis bedriften gjennomfører samme politikk med hensyn til leveringstidspunkt for alle klasser, vil V for hver klasse i høyden kunne atskille seg fra hverandre ved ulik c_c og c_d , og VOT for hver klasse vil atskille seg fra hverandre ved mulig ulik V og ved sendingsstørrelsen, som bestemmer tidsavhengige kjørekostnader og kostnaden ved å ha varer under transport.

Hvis nå enhetskostnadene ved forsinkelse, c_c og c_d , er uavhengige av sendingsstørrelsen, vil V være lik for alle klasser. VOT vil bestå av den resulterende forsinkelseskostnaden pluss et vektet gjennomsnitt av kjørekostnadene og kapital-kostnadene for hver klasse, med klassenes andel av alle transporter som vektet. Hvis enhetskostnadene ved forsinkelse er ulike, vil V og VOT bestå av vektete gjennomsnitt av V og VOT i hver klasse.

Databehov i tilfelle 2

Ideelt vil vi nå trenge data om fordelingen av sendingene på sendingsstørrelser. For hver sendingsstørrelse vil vi da trenge data som beskrevet under tilfelle 1. I praksis vil vi vel i stedet innhente gjennomsnittsdata.

Tilfelle 3

Kundeordrene samles opp til et mindre antall sendinger. Kundene etterspør samme eller ulikt kvantum.

I dette tilfellet vil kundene neppe ha bestemte krav til ledetida (ellers ville bestillingene ikke vært samlet opp). Det er tenkelig at bedriften på et seinere tidspunkt, når tilstrekkelig mange ordre har innløpt, vil være i stand til å angi et leverings-

tidspunkt til alle kundene, men siden det er usikkert når bedriften vil kunne varsle om leveringstidspunktet, kan det neppe være knyttet store forsinkelseskostnader til et slikt leveringstidspunkt. Ut fra dette setter vi V til null, med unntak av tilfellet hvor bedriften får nye forsyninger på en fast ukedag eller en fast dato i måneden. Hvis dette er bedriftens leveringspolitikk, vil vi likevel kunne få forsinkelseskostnader som i tilfelle 1 og 2.

Er årsaka til forsinkelsen relevant?

Ledetida vil ha en tendens til å være lengre ved kundeordre, i og med at varen ofte må produseres først. Forsinkelser i forhold til leveringstidspunktet vil da som regel skyldes at transporten startet for seint, ikke forsinkelser under transporten. Dermed kan en spørre hvor relevant standardavviket til transporttida er som opphav eller årsak til forsinkelseskostnaden. Men uansett hva som er den primære årsaka til forsinkelsen, vil sannsynlighetsfordelingen til ledetida (sammen med den avtalte leveringstida) bestemme hyppigheten og varigheten av forsinkelser, både før og etter et tiltak. Årsaka i det enkelte tilfellet er irrelevant.

2.4 Talleksempler

For tilfellet med lagerordrestyrt anskaffelse har vi laget et EXCEL-program der brukeren kan legge inn parameterverdier for en varestrøm på bedriftsnivå og få ut verdien på logistikkostnadsfunksjonen, optimal sendingsstørrelse og tids- og pålitelighetsverdier. Programmet vil være tilgjengelig sammen med denne rapporten via TØIs hjemmeside.

Ved hjelp av dette programmet har vi beregnet to hovedtilfeller, som vi kaller bytransport og langtransport. Begge tilfellene gjelder dør-til-dør-transport med bil. For hvert hovedtilfelle har vi sett på tre vareslag, som vi kaller lavverdigods, middelverdigods og høyverdigods. Vi har da seks tilfeller:

- BL bytransport, lavverdi
- BM bytransport, middelverdi
- BH bytransport, høyverdigods
- LB langtransport, lavverdi
- LF langtransport, middelverdi
- LH langtransport, høyverdigods

Resultatene for hvert av de seks tilfellene er rapportert i hver sin tabell. Det som er variert i tabellene er standardavviket til etterspørselen og ledetida. Vi rapporterer resultatene for $\sigma_D = 0.0\mu_D, 0.5\mu_D, 1.0\mu_D$ og $2.0\mu_D$, og $\sigma_T = 0.0\mu_T, 0.33\mu_T, 0.67\mu_T$ og $1.0\mu_T$, i alt 16 tilfeller i hver tabell. Alle tabellene bygger på tilfellet $\hat{\pi} = 0$ og på at bedriften har fastlagt leveringsdyktighetskriteriet S_2 .

Alle nødvendige parametre er definert i Vedlegg 1 (de fleste er også definert i teksten i dette kapitlet). Følgende parameterverdier er felles for alle tilfellene:

$w = 350$ kroner, $\varepsilon = 0$, $\delta = 0$.

Tabell 2.1 viser verdien på parametre som er satt ulikt for bytransport og langtransport.

Tabell 2.1. Parameterverdier. For definisjoner og enheter, se Vedlegg 1.

	Bytransport	Langtransport
S_2	0.99	0.99
a	30	300
\bar{t}	1	5
u	0.1	0.7
μ_T	4	8
x	1000	3000
η	3000	4000
w_ℓ	150	200
t_ℓ	0.45	0.33
C_{min}	2	15
C_{max}	15	45
b	300	500
k_0	1	3.30
k_1	0.35	0.1
i_0	15	15
i_1	4	1.6

TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.2 viser verdien på parametre som er satt ulikt for lavverdigods, middelverdigods og høyverdigods:

Tabell 2.2. Lagerkostnad pr. tonn pr. år i kroner

	Middelverdigods	Lavverdigods	Høyverdigods
pH	10000	1500	30000
pJ	8000	600	30000

TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.3-2.8 viser resultater for de seks tilfellene BL, BM, BH, LL, LM og LH. Generelt ser vi at den årlige logistikkostnaden K^* øker med usikkerheten, både når det gjelder usikkerhet om etterspørselen og usikkerhet om ledetida. Den optimale ordrestørrelsen Q^* er konstant eller øker moderat. Når det finns usikkerhet om både etterspørselen og ledetida, har vi generelt at tidsverdien VOT er tiltakende når usikkerheten om etterspørselen øker, og avtakende når usikkerheten om ledetida øker. Med pålitelighetsverdien VOR er det omvendt: den avtar når usikkerheten om etterspørselen øker, og tiltar når usikkerheten om ledetida øker. Ved sammenlikning mellom tabellene ser vi at både VOT og VOR øker med verdien av godset, men langt fra i samme forhold.

Under hver tabell har vi notert en eksakt eller tilnærmet verdi av tidskostnaden ved å ha varer under transport, $\frac{1}{2} pJQ^* = \frac{1}{2} pJ\eta^{-1}Q^*$. En vil kunne se at pålitelig-

hetsverdien VOR typisk er i størrelsesorden 2-4 ganger tidskostnaden ved å ha varer under transport. Tilfellene med et høyt og tilfellene med et lavt forholdstall er de samme i alle tabellene. Denne regelmessigheten kan eventuelt gi grunnlag for en forenklet beregning av verdien av mer pålitelig godstransport.

Tabell 2.3. Resultater for tilfellet BL

K^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	376050	376417	377129	378841
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	376628	376868	377445	379037
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	377680	377832	378251	379603
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	378841	378954	379279	380417
Q^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	15	15	15	15
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	15	15	15	15
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	15	15	15	15
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	15	15	15	15
<i>I det deterministiske tilfellet noteres her VOT, i de andre tilfellene tillegg til deterministisk VOT</i>				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	426.50	0.35	1.02	2.63
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0	0.38	0.92	2.53
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	0	0.21	0.74	2.31
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	0	0.16	0.61	2.05
VOR				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	6.61	5.94	4.83	3.34
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	9.16	8.79	7.94	6.18
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	10.50	10.29	9.72	8.21

$\frac{1}{2}p/Q^* = 1.50$
TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.4. Resultater for tilfellet BM

K^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	453680	456521	461585	473554
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	458033	459740	463258	474912
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	465454	466521	469447	478836
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	473554	474340	476593	484446
Q^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	11.87	12.03	12.13	12.32
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	12.06	12.10	12.17	12.34
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	12.20	12.21	12.26	12.40
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	12.32	12.33	12.37	12.47
<i>I det deterministiske tilfellet noteres her VOT, i de andre tilfellene tillegg til deterministisk VOT</i>				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	428.29	3.00	7.39	17.67
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	1.04	2.89	6.97	17.24
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	1.76	3.05	6.40	16.22
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	2.42	3.42	6.18	15.17
VOR				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	39.77	35.26	28.28	19.42
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	53.46	51.24	46.19	35.89
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	61.00	59.73	56.43	47.56

$1/2 p_j Q^* \approx 16$

TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.5. Resultater for tilfellet BH

K^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	580953	591858	609021	648486
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	597048	602830	616426	652919
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	621876	625400	635033	665699
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	648486	651053	658399	683968
Q^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	7.27	7.43	7.54	7.75
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	7.47	7.50	7.58	7.77
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	7.61	7.63	7.68	7.83
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	7.75	7.76	7.80	7.91
<i>I det deterministiske tilfellet noteres her VOT, i de andre tilfellene tillegg til deterministisk VOT</i>				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	430.45	6.47	15.58	36.75
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	2.74	5.80	14.44	35.76
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	3.05	5.80	12.90	31.03
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	4.27	6.37	12.20	31.03
VOR				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	90.81	78.75	61.55	41.31
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	115.65	110.51	98.97	76.12
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	129.93	127.12	119.87	101.04

$\frac{1}{2} \text{pj}Q^* \approx 37.50$
TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.6. Resultater for tilfellet LL

K^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	1333350	1335280	1338614	1346450
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	1338138	1339041	1341365	1348190
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	1345580	1346116	1347646	1352934
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	1353581	1353969	1355108	1359310
Q^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	45	45	45	45
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	45	45	45	45
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	45	45	45	45
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	45	45	45	45
<i>I det deterministiske tilfellet noteres her VOT, i de andre tilfellene tillegg til deterministisk VOT</i>				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	441.50	0.91	2.48	6.16
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0	0.60	2.02	5.73
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	0	0.39	1.46	4.85
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	0	0.29	1.14	4.07
VOR				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	27.32	25.23	21.28	15.12
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	34.33	33.50	31.38	25.99
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	38.03	37.58	36.35	32.53

$1/2 \rho j Q^* = 4.5$

TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.7. Resultater for tilfellet LM

K^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	1671490	1684360	1706585	1758822
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	1703412	1709430	1724923	1770423
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	1753025	1756600	1766794	1802047
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	1806360	1808953	1816541	1844554
Q^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	45	45	45	45
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	45	45	45	45
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	45	45	45	45
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	45	45	45	45
<i>I det deterministiske tilfellet noteres her VOT, i de andre tilfellene tillegg til deterministisk VOT</i>				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	497.00	6.07	16.52	41.06
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0	3.99	13.43	38.19
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	0	2.60	9.76	32.33
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	0	1.96	7.57	27.11
VOR				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	182.15	168.17	141.84	100.81
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	228.86	223.33	209.21	173.29
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	253.52	250.56	242.35	216.84

$\frac{1}{2} \rho j Q^* = 60$

TØI-rapport 825/2006

Tabell 2.8. Resultater for tilfellet LH

K^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	2365267	2414292	2489427	2661209
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	2478831	2498905	2550199	2698938
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	2642315	2653971	2687149	2801312
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	2815228	2823588	2848037	2938067
Q^*				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	26.90	27.41	27.78	28.47
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	27.73	27.82	28.04	28.61
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	28.40	28.44	28.57	28.98
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	29.02	29.05	29.14	29.45
<i>I det deterministiske tilfellet noteres her VOT, i de andre tilfellene tillegg til deterministisk VOT</i>				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	542.51	17.38	41.65	97.68
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	5.51	14.71	36.28	92.48
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	9.92	15.74	21.76	82.60
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	10.05	18.41	30.97	74.92
VOR				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	396.59	363.65	303.61	214.31
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	486.76	474.89	444.72	369.14
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	540.32	534.17	517.16	464.67

$\frac{1}{2} p_j Q^* \approx 140$

TØI-rapport 825/2006

Som en illustrasjon på forholdet mellom pålitelighetsverdien VOR og tidskostnaden ved å ha varer under transport, $\frac{1}{2} p_j Q^*$, har vi i tabell 2.9 gjengitt dette forholdstallet i tilfellet LM. Tabellen inneholder også økningen i tidsverdien ut over tidsverdien i det sikre tilfellet, delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport.

Tabell 2.9. Tilfelle LM. Økningen i tidsverdien ut over tidsverdien i det sikre tilfellet, delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport, og pålitelighetsverdien VOR delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport.

Økningen i tidsverdien ut over tidsverdien i det sikre tilfellet, delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0.10	0.27	0.68
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	0	0.07	0.22	0.64
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	0	0.04	0.16	0.54
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	0	0.03	0.12	0.45
Pålitelighetsverdien VOR delt på tidskostnaden ved å ha varer under transport				
	$\sigma_D = 0.0\mu_D$	$\sigma_D = 0.5\mu_D$	$\sigma_D = 1.0\mu_D$	$\sigma_D = 2.0\mu_D$
$\sigma_T = 0.0\mu_T$	0	0	0	0
$\sigma_T = 0.33\mu_T$	3.04	2.80	2.36	1.68
$\sigma_T = 0.67\mu_T$	3.81	3.72	3.49	2.89
$\sigma_T = 1.0\mu_T$	4.23	4.18	4.04	3.61

TØI-rapport 825/2006

Når ledetida er usikker, er verdien av en times reduksjon i standardavviket til transporttida 2 til 4 ganger større enn kostnaden ved å ha varer under transport. Økningen i tidsverdien på grunn av usikkerhet ser ut til å ha mindre betydning. Når etterspørselen er relativt sikker, er økningen i tidsverdien på grunn av usikkerheten ganske ubetydelig.

2.5 Terminaltid

Den samme framgangsmåten som er brukt i Vedlegg 1 til å finne verdien av å redusere forventning og standardavvik til transporttida, kan også brukes til å finne verdien av raskere og mer pålitelig behandling av godset på terminalene, inkludert lastning på opprinnelsesstedet og lossing på bestemmelsesstedet.

Tida brukt til lastning og lossing av én vareenhet er kalt t_ℓ i modellen. Til nå har vi ikke betraktet det som en stokastisk variabel, men la oss nå gjøre det. Vi må da anta at den t_ℓ som opptrer i modellen, er en forventningsverdi. Relasjon (A1.14) i Vedlegg 1 viser at t_ℓ inngår direkte i logistikkostnadsfunksjonen, nemlig i γ_2 , γ_3 og γ_5 . Dessuten inngår t_ℓ indirekte i $E(T_0)$, den delen av forventet ledetid som ikke er relatert til transport.⁶ Et tiltak som reduserer forventet laste- og lossetid vil altså redusere den optimale logistikkostnaden K^* på to måter: direkte, og indirekte gjennom virkningen på $E(T_0)$ og dermed på μ_L (se likning 2.13 og 2.3). Et tiltak

⁶ Se teksten rundt likning (A1.16) i Vedlegg 1.

som reduserer variansen til laste- og lossetida vil påvirke K^* gjennom den virkning det har på $\text{var}T_0$ og dermed på σ_L (se likning 2.13 og 2.4).

Med dette som utgangspunkt kan vi bruke samme framgangsmåte som i kapittel 4 i Vedlegg 1 til å beregne formler for verdien av spart laste- og lossetid og redusert varians i laste- og lossetida. Disse formlene er ikke tatt med i denne rapporten.

Den tida, ut over laste- og lossetida, som varene befinner seg på en terminal, inngår også i T_0 . Et tiltak som reduserer denne dødtida eller gjør den mindre variabel, vil ha en virkning på K^* gjennom virkningene på μ_L og σ_L (se likning 2.13, 2.3 og 2.4). Formlene for verdien av slike tiltak utledes på samme måte. Heller ikke de er tatt inn her.

Dersom vår transport inneholder omlasting til et hovedtransportmiddel på en terminal, finnes det en mulighet for at forsinkelser fram til dette punktet skal lede til at sendingen ikke kommer med den planlagte avgangen. Dersom det skjer, oppstår det en sprangvis forlengelse av ledetida, jf. figur 3.1 nedafor. Den umiddelbare kostnaden ved det er lagerholdskostnaden for sendingen i tida mellom to avganger på hovedtransportmidlet. Dessuten gir sannsynligheten for at det skal skje et bidrag til forventet ledetid og standardavviket til ledetida, med de konsekvenser vi har verdsatt ovenfor. Ved å anvende metodene fra avsnitt 2.3 på tida fram til hovedtransportmidlet, vil det være mulig å finne sannsynligheten for en slik hendelse som funksjon av en eksogent eller endogent gitt tidsfrist M . Problemstillingen tilsvarer problemstillingen ved overgang mellom kollektive transportmidler, slik den er behandlet i Rietveld et al (2001).

Vårt opplegg for verdsetting omfatter altså også terminaltiltak. For å finne ut hvordan tiltakene påvirker tida gjennom terminalen, må vi i tillegg ha en modell av gjennomstrømningen gjennom terminalen. En slik modell vil bygge på køteori. Jansson (1984), kapittel 9 om havner, danner et godt grunnlag.

2.6 Konklusjon

I dette kapitlet har vi redegjort for en ny måte å fastlegge tidsverdier i godstransport på, og vist hvilke data som må innhentes for å operasjonalisere den. Samtidig har vi utviklet en metode for å beregne verdien av mer pålitelig godstransport, dvs. verdien av å redusere standardavviket til transporttida, og vist at de data som trengs til å operasjonalisere tidsverdien, også vil kunne operasjonalisere denne pålitelighetsverdien. Pålitelighetsverdien inngår faktisk som et element i tidsverdien, og bestemmer hva spart transporttid er verdt ut over de sparte tidsavhengige transportkostnadene og den sparte kapitalen ved å ha varer under transport.

Dersom den nye måten blir implementert, vil den gi et mer objektivt grunnlag for å fastlegge enhetspriser (kalkulasjonsverdier) til samfunnsøkonomiske analyser som berører godstransporten og til bruk i godstransportmodellene. Det vil også bli mulig å studere om det eksisterer noen systematisk sammenheng mellom på den ene sida de faktorene som påvirker tids- og pålitelighetsverdien i vår metode, og på den andre sida betalingsvilligheten, slik den framkommer i stated preference-undersøkelsene som ligger til grunn for dagens enhetspriser. Våre formler kan

også danne utgangspunkt for design av framtidige stated preference-undersøkelser på området.

Talleksempler antyder at verdien av å redusere standardavviket til transporttida med en time vil kunne være rundt 1 til 8 ganger kostnaden ved å ha varene under transport i en time, med de høyeste verdiene når ledetida er som mest usikker, og de laveste verdiene når etterspørselen er usikker og ledetida er relativt sikker, og med høye relative verdier når godset har lav verdi. Eksemplene antyder også at tillegget til tidsverdien på grunn av usikkerhet er relativt moderat.

For å kunne inkludere pålitelighetsgevinster i framtidige samfunnsøkonomiske analyser, trenger vi også å vite hvordan tiltak vil påvirke påliteligheten. For at det skal være konsistens mellom enhetspris og virkning, må virkningen måles som en endring i standardavviket til transporttida. Metoder for å måle virkningen på denne måten er dekket i kapittel 3.

3 Modeller for transporttidsvariabilitet på veggen

3.1 Innledning

For å kunne beregne pålitelighetsgevinster etter metoden i kapittel 2 trenger vi uttrykk for standardavviket til transporttida. I dette kapitlet tar vi for oss modeller for forventet transporttid og transporttidens varians.

Transporttidsvariabilitet i en transportkjede kan ha ulike årsaker, som omtalt i avsnitt 3.2 nedenfor. I resten av kapitlet skal vi konsentrere oss om variabilitet knyttet til vegnettets kapasitet og trafikkvolum. Vi skiller mellom forsinkelser på en lenke (kan være landeveg) og i et nettverk (kan være by). Forskjellen er om det er mulig å velge alternative ruter eller ikke.

I avsnitt 3.4 og 3.5 presenteres en modell med transporttidsvariabilitet på en lenke. Det er to undermodeller: en for hendelser i et punkt og en for hendelser på en strekning. Ved hendelser i et punkt kan man modellere hvordan køen bygger seg opp og avtar igjen, og de resulterende forsinkelsene. Eksempler på slike hendelser er kjøretøyhavari, ulykker og noen typer vegarbeid. Med hendelser på en strekning tenker vi på forhold som reduserer kapasiteten over et større område. Eksempler på slike hendelser er ekstremt vær og noen typer vegarbeid.

I avsnitt 3.6 diskuteres alternative modeller for nettverk fra litteraturen, der det tas hensyn til usikkerhet på ulike måter.

Avsnitt 3.7 syr sammen delmodellene. Ved å sette sammen modellene for hendelser i punkt og på strekning får vi en samlet modell på lenkenivå. Dersom vi studerer et tilfelle uten rutevalgsmuligheter, kan vi summere over de lenkene som inngår i en transport, og vi har dermed forventning og varians til transporttida for denne transporten. Skal man derimot ta hensyn til rutevalg, kan den stokastiske lenketransporttida legges inn i en transportmodell. Et slikt grep fins det eksempler på i teorien, men det er ikke state-of-the-art i anvendt transportmodellering.

Databehov og -tilgjengelighet behandles i avsnitt 3.8.

For å illustrere hvordan vår modell kan brukes til å studere virkninger av tiltak er det skissert ulike tiltak og virkninger i avsnitt 3.9, med et numerisk eksempel i avsnitt 3.10.

Vi vil ikke på noen måte anta at beregninger gjort med våre formler uten videre vil samsvare med erfaringsdata om forsinkelser og transporttidsvariabilitet. Selv etter at det er framskaffet gode data til formlene, vil det være et behov for å validere og justere dem. Det trengs derfor mer kunnskap, ikke bare om data til formlene, men også om den empirisk observerbare usikkerheten i transporttida for gods. Men uansett hvor god denne kunnskapen måtte bli, vil den ikke kunne erstatte systematisert kunnskap om effekten på usikkerheten av ulike typer av

virkemidler. Hensikten med våre formler, som med all modellbygging, er å kunne si noe systematisk, logisk og sammenhengende om virkningen av tiltak.

3.2 Årsaker til variabilitet i en transportkjede

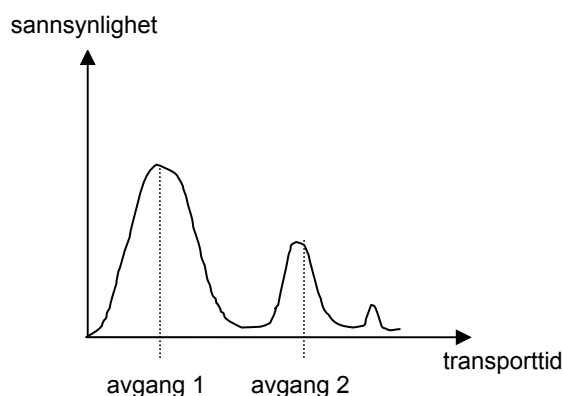
Knyttet til omlasting og åpningstider i terminaler

På grunn av åpningstider på terminaler kan raskere transporttid medføre at mer gods kommer fram innen åpningstider og dermed går enda raskere videre (SIKA, 2002).

Vi kan betrakte omlasting som en del av transporten. Omlasting er ytterligere en aktivitet hvor det kan oppstå forsinkelser med en viss sannsynlighet og varighet. Temaplan (2000) har beregnet sannsynligheten for forsinkelse målt i promille per omlasting. Jansson (1984), kapittel 9, er et godt utgangspunkt for modellering av gjennomstrømningen gjennom en terminal.

Knyttet til avgangsfrekvenser på rutegående transport

Dersom faste avgangstider inngår på en eller flere etapper i en transportkjede og transporttiden er variabel på lenker forut for den rutegående transporten, fins det en risiko for ikke å komme med ønsket avgang. Å måtte stå over en avgang kan også inntreffe av en annen grunn: For liten kapasitet i forhold til etterspørselen på avgangen. I figur 3.1 er det skissert en sannsynlighetsfordeling for transporttid i tilfellet med faste avgangstider.



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.1: Sannsynlighetsfordeling for transporttid ved faste avganger

Knyttet til den enkelte transport

Variasjon i transporttid kan også skyldes forhold knyttet til fører, kjøretøy, last e.l. Det kan være interessant å undersøke i hvilken grad slike forhold påvirker transporttidsvariabiliteten, men med tanke på virkemidler som transportmyndigheter rår over er de kanskje mindre interessante. (Unntak: Bestemmelser som angår sjåførens arbeidssituasjon eller krav til kjøretøy eller til behandling av lasten kan

ha noe å si. Men vi antar at bedriftene har tilpasset seg regelverket og at dette kun påvirker hvilke strategier som er mulige, snarere enn at det påvirker variabiliteten.)

Knyttet til forholdet mellom transportsystemets kapasitet og etterspørsel

Det er denne typen variabilitet i transporttid vi skal konsentrere oss om videre. Forholdet mellom etterspørselen (trafikkvolumet) v og kapasiteten c avgjør om det blir kødannelse eller ikke. Redusert kapasitet kan dessuten føre til forsinkelser også uten kødannelse.

3.3 Kapasitets- og etterspørselsrelaterte forsinkelser⁷

Med *kapasitetsrelatert variabilitet* menes at transporttida kan variere på grunn av hendelser som innskrenker faktisk kapasitet på en lenke eller i et transportsystem.

Lenkekapasitet måles i antall biler per tidsenhet på lenken. Det er flere måter å definere kapasitet på. Den maksimale fysiske mulige kapasiteten kan være større enn hva vi oppfatter som "normal" kapasitet, fordi man i teorien kan kjøre raskere enn tillatt hastighet, utnytte vegens skulder o.l. Arup (2002) definerer kapasitet som "*maximum sustainable throughput*".

Den faktiske kapasiteten på et gitt tidspunkt kan være mindre enn *normal* kapasitet c . Kapasitetsreduksjoner skaper forsinkelser kun hvis den nye kapasiteten rc er for liten til å ta unna trafikkvolumet v uten at det oppstår kø, eller hvis trafikantene tvinges til lavere hastigheter også uten kø.

Innskrenkinger av kapasiteten kan være fullt planlagt og mer eller mindre godt varslet på forhånd. Hele eller deler av vegbanen kan være stengt av i forbindelse med vegarbeid, større idrettsarrangementer, sikkerhetsrutiner rundt statsbesøk eller liknende. *Nedsatt hastighet* forekommer istedenfor eller i tillegg til innskrenkinger av tilgjengelig vegbane.

Vinterstengning og kolonnekjøring på fjelloverganger er også en type kapasitetsreduksjoner som til en viss grad kan forutses, selv om de er væravhengige.

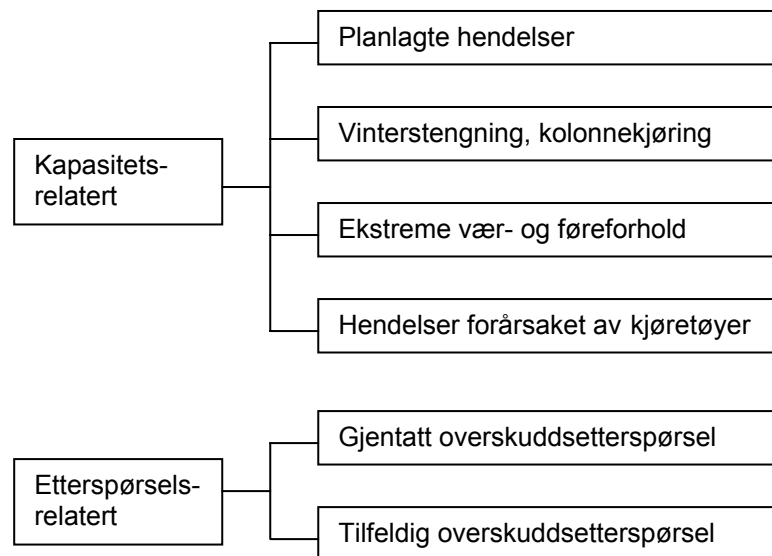
Værforhold kan også være årsak til mer uforutsigbare hendelser, som ekstremt regn- eller snøfall, dårlig sikt på grunn av tåke, og ekstremt glatt vegbane. Naturen kan også by på andre uforutsette kapasitetsreduserende fenomener, som ras eller flom som sperrer hele eller deler av vegbanen, og jordskjelv i andre deler av verden.

Den siste typen kapasitetsreduserende hendelser er de som kjøretøyene selv forårsaker, og som er helt uforutsette. Dette kan være alt fra at biler går tom for drivstoff eller rammes av tekniske problemer, til mindre trafikkuhell og større ulykker. I noen tilfeller kan kjøretøyene som forårsaker problemet enkelt plasseres

⁷ Kapasitetsrelaterte forsinkelser er ikke det samme som det som betegnes *capacity-related effects* hos Arup (2002). Vårt begrep "kapasitetsrelatert" kan sidestilles med hva Arup kaller hendelsesrelatert.

på vegens skulder uten å hindre framkommeligheten nevneverdig. Hvis den kapasiteten som opprettholdes tross hendelsen fremdeles er større enn trafikkvolumet ($rc > v$) er det heller ikke noe problem. Kødannelse oppstår når $rc < v$.

Forholdet mellom volum og kapasitet påvirkes også av variasjoner i v , dvs. *etterspørselsrelatert variabilitet*. Selv uten kapasitetsreduksjoner oppstår det kø i perioder dersom trafikkvolumet er større enn kapasiteten. Slike etterspørselsrelaterte forsinkelser består av to komponenter. Den første er *gjentatte køer*, dvs. kødannelse som har et visst mønster og altså er delvis forutsigbare. Sjåførere med erfaring har dannet seg et bilde av mønsteret over døgnet, uka og året. Gjentatte køer finner vi for eksempel i rushtidstrafikken i byer og til dels på hovedårene i forbindelse med typiske utfartshelger. Den andre komponenten er *etterspørselsvariasjoner utover dette*, dvs. tilfeldige variasjoner som nå og da skaper ekstra køer her og der, for eksempel at det er mer kø én tirsdag morgen i september enn en annen tirsdag morgen i september, uvisst av hvilken grunn. Dette er den stokastiske delen av etterspørselsvariasjonen. I engelskspråklig terminologi kalles den førstnevnte komponenten *recurrent congestion* og den sistnevnte *non-recurrent congestion*. (Også kapasitetsrelaterte køer er *non-recurrent congestion*.)



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.2: Typer av forsinkelser

3.4 Forsinkelsesmodell for hendelser i punkt

Hendelser i trafikken (ulykker, motorstopp m.m.) er trolig en vesentlig årsak til variabilitet i transporttida. Vi tenker da ikke i første rekke på hendelser som den enkelte bilist sjøl har forårsaket eller blitt utsatt for, men hendelser som skjer med andre, og som fører til forsinkelser for vår bilist og mange flere. Siden hundrevis og kanskje tusenvis av bilister forsinkes av en hendelse, er konsekvensene for de som bare passivt er innblandet i hendelsen, trolig større i sum enn konsekvensene for de som er aktivt innblandet, med mindre hendelsen er en alvorlig ulykke.

En strøm v_i av biler passerer over lenke i med kapasitet c_i . For hver kilometer som den enkelte bilen kjører, er det en fast sannsynlighet λ_i pr kilometer for at en hendelse inntreffer. (Indeks 1 i dette avsnittet viser til at parametrene inngår i modellen for forsinkelser i punkt.) Når hendelsen inntreffer, reduseres vegkapasiteten på dette stedet fra c_i til $r_i c_i$. Tida det tar å rydde vegbanen er T_j . T_j er en stokastisk variabel⁸. En kø oppstår så lenge vegbanen ennå ikke er ryddet, siden vi forutsetter at $v_i > r_i c_i$. Når vegbanen er ryddet, oppløses køen ved at bilene strømmer videre med raten $g c_i$, $c_i \geq g c_i > v_i > r_i c_i$. På et tidspunkt er køen avviklet, og alt er som før.

Dette er modellen i Cohen og Southworth (1999). Utledningen av sannsynlighetsfordelingen for forsinkelsen som en tilfeldig bilist som bruker denne lenken vil oppleve, er ikke eksplisitt i artikkelen deres, og det er dette vi vil rette opp i vedlegg 4. Vi ønsker altså å finne forventning og varians for hendelsesrelaterte forsinkelser for biler som bruker denne lenka, basert utelukkende på de forutsetninger som er gitt ovenfor. Som vist i vedlegget blir forventning og varians til den enkelte bilists forsinkelse X_i på lenka:

$$(3.1) \quad E(X_i) = \Lambda \cdot [E(T_j)^2 + \text{var}(T_j)]$$

$$(3.2) \quad \text{var}(X_i) = \frac{2}{3} \frac{v_i - r_i c_i}{v_i} \Lambda \cdot E(T_j^3) - \Lambda^2 \cdot [E(T_j)^2 + \text{var}(T_j)]^2$$

der

$$\Lambda = \frac{1}{2} \lambda_i \frac{(g - r_i)(v_i - r_i c_i)}{g c_i - v_i} c_i.$$

Fordelingen til T_j avgjør om dette kan forenkles videre.

Forventning og varians for forsinkelsen på en lenke av lengde a_i kilometer fås ved å multiplisere med a_i .

$E(X_i)$ og $\text{var}(X_i)$ er forventning og varians til *forsinkelsen* som oppstår i et punkt. I avsnitt 3.7 omformes (3.1) og (3.2) til å gjelde transporttid. Det antas at forsinkelsene kommer som et tillegg til en fast transporttid.

Modellen i Cohen og Southworth (1999) ble utviklet med tanke på hendelser med kjøretøy på motorveg. Samme type modell egner seg også ved andre kapasitetsreduksjoner i punkt, som for eksempel noen typer vegarbeid og idrettsarrangement som krysser bilveg. Dessuten kan den brukes til å modellere kødannelse som skyldes temporær økning i trafikkvolum. I stedet for å redusere c i modellen økes da v . Vi skal ikke gå nærmere inn på det sistnevnte, da vi anser at det vil være meget vanskelig både å identifisere hva slags trafikkøkning det er snakk om og å skaffe data. En slik modell er skissert av Arnott, de Palma og Lindsey (1991), samt i appendiks til Arup (2002).

⁸ Indeks j refererer til hendelsestype j . "Hendelse i punkt" kan godt defineres som én hendelsestype som inkluderer trafikkuhell og annet som hindrer framkommeligheten i et punkt. Alternativt kan man dele inn i flere hendelsestyper utfra hva som er hensiktsmessig i forhold til tilgjengelige data (hver type tilordnes en sannsynlighet λ_j og en opprydningstid T_j).

3.5 Transporttidsmodell for hendelser på en strekning

Volume-delay-funksjoner (VDF) beskriver hvordan transporttid avhenger av forholdet mellom trafikkvolum og kapasitet (v/c) i et område. Eksempelvis kan man ha en VD-funksjon av den såkalte BPR⁹-typen

$$(3.3) \quad t_i = t_{i0} \cdot \left[1 + q \cdot \left(\frac{v_i}{c_i} \right)^m \right]$$

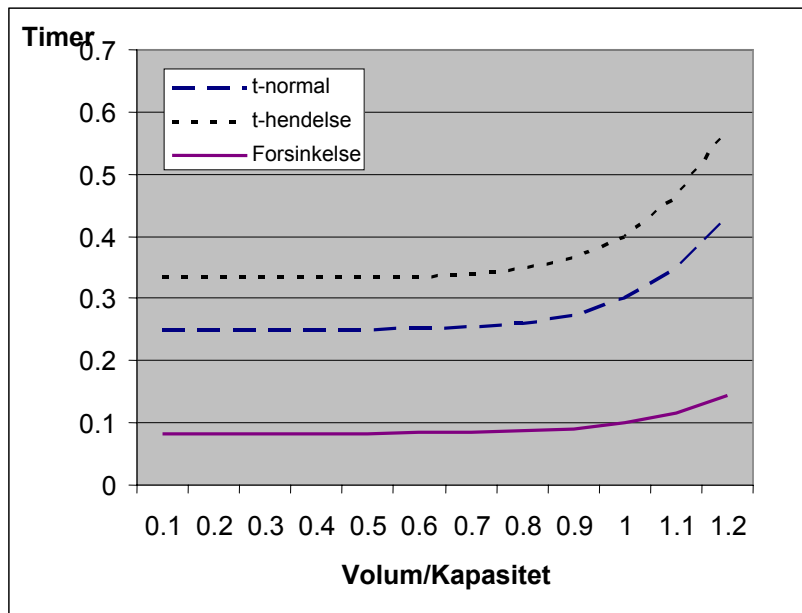
t_i er transporttida på strekning i (som gjerne kan være en lenke), t_{i0} er transporttida ved fri flyt, og m og q er parametere. Dette er en vanlig formulering av VDF som gjerne inngår i transportmodeller.

Hendelser som gjelder en strekning er eksempelvis ekstreme værforhold, vegarbeid eller idrettsarrangementer som krever noe av vegkapasiteten. Det er flere mulige innfallsvinkler til hvordan VDF kan brukes til å modellere hendelser. I sin modell med usikkerhet i transportnettverket lar Lo og Tung (2003) c være en stokastisk variabel i VDF på lenkene. Selv om vi foreløpig ser bort fra nettverk med muligheter for alternative ruter, kunne vi bruke en VDF som i (3.3) med stokastisk kapasitet og dermed stokastisk transporttid på lenken. Da har man tatt hensyn til at faktisk kapasitet kan variere.

Vi har en innvending mot dette. En egenskap ved slike VDF er at lave trafikkvolum ikke gir noen forsinkelser. Dette passer for modellering av kø i byer. Vi ønsker imidlertid også å ta høyde for at redusert fart kan oppstå som følge av andre fenomener enn kø. På nordiske vinterveger uten kø kan man bli forsinket av dårlige kjøreforhold. I vegarbeidsområder kan tillatt hastighet være midlertidig redusert, noe som får konsekvenser for transporttida selv uten køproblemer. I VDF kan slike forhold tas hensyn til ved at transporttid ved fri flyt, t_{i0} , kan variere. Da får man et skift i VDF.

Figurene 3.3 og 3.4 viser eksempler på hvordan transporttida på en lenke endrer seg som følge av henholdsvis lavere friflytfart og innskrenket kapasitet. Kurven *t-normal* viser transporttid som en funksjon av v/c -raten i normalsituasjonen. Kurven *t-hendelse* viser det samme for en situasjon med hendelse. Kurven *Forsinkelse* er differansen mellom de to andre kurvene, altså den ekstra transporttida som skyldes hendelsen. I figur 3.3 er transporttida ved fri flyt økt med 1/3, dvs. friflytfarten er redusert, for eksempel fordi det er lavere tillatt hastighet i et vegarbeidsområde. Alt annet er holdt konstant. Vi ser at hendelsen gir økt transporttid, og konsekvensen blir større jo mer trafikk.

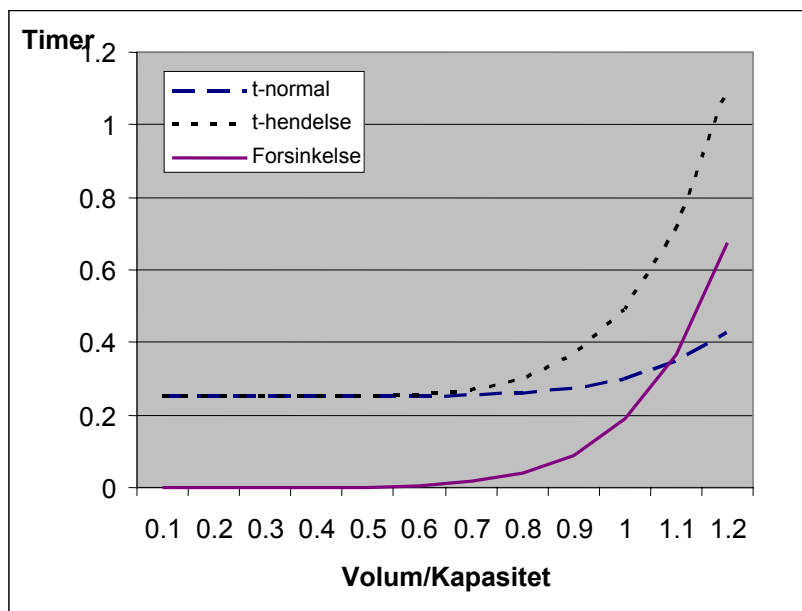
⁹ Bureau of Public Roads (USA)



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.3: Skift i volume-delay-funksjon som skyldes lavere friflytfart ($q=0.2$, $m=7$, t_{i0} øker med $1/3$.)

I figur 3.4 er ikke friflytfarten berørt av hendelsen. Her er det kapasiteten som reduseres. Vi ser at det ikke har betydning for transporttida dersom trafikkvolumene er lave i forhold til kapasiteten ($t\text{-normal} = t\text{-hendelse}$, og $forsinkelse = 0$). Ved store trafikkvolum gir det derimot store forsinkelser.



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.4: Skift i volume-delay-funksjon som skyldes lavere kapasitet på vegen ($q=0.2$, $m=7$, kapasiteten reduseres til $0.8c$)

At både t_{i0} og c_i kan variere i likning (3.3), istedenfor bare kapasiteten slik som hos Lo og Tung (2003), gjør det imidlertid nokså komplisert å finne uttrykkene for forventet transporttid og transporttidsvarians. Kompleksiteten skyldes at t_{i0} og c_i er ikke uavhengige. Vi kunne velge å anta at en volume-delay-funksjon med stokastisk c_i fanger opp det vesentligste av transporttidsvariabiliteten. Her velger vi imidlertid heller å innføre tre parametre, en som skifter kapasiteten og en som skifter friflytfarta, samt en sannsynlighet for at det oppstår forsinkelse. Da blir dessuten delmodellen for forsinkelse på strekning mer konsistent med delmodellen for forsinkelse i punkt.

For sammenlignbarhet med modellen for punkt vil vi også her ha en formulering som gir benevnelsen timer pr kilometer. Vi innfører $s_i = t_i/a_i$, som er den inverse av farta. Vi har nå:

$$(3.4) \quad s_i = \frac{1}{r_2} s_{i0} \left[1 + q \left(\frac{v_i}{r_3 c_i} \right)^m \right] ; 0 < r_2, r_3 \leq 1$$

der r_2 og r_3 er skiftparametre for henholdsvis friflytfart og kapasitet. Vi antar at hvis det er situasjoner med vegarbeid, ekstremt vær eller eventuelt andre typer hendelser som kan defineres inn i denne delmodellen, så antar r_2 og r_3 bestemte verdier – en forutsetning som kunne løses på i en mer generell modell. Å bruke r_3 som skiftparameter egner seg når trafikkvolumet er nær kapasitetsgrensa. Da er det kanskje rimelig å holde $r_2 = 1$. Kapasitetsreduksjoner vil derimot ikke gi noe særlig utslag i modellen dersom trafikkvolumet er lavt. Da er r_2 en egnet skiftparameter.

I normalsituasjonen er både r_2 og r_3 lik 1. Den ekstra tiden pr kilometer som forsinkelser av denne typen fører med seg er differansen mellom s_i med forsinkelse og s_i uten forsinkelse:

$$(3.5) \quad X_{2i} = s_{i0} \left(\frac{1}{r_2} - 1 \right) + s_{i0} q \left(\frac{1}{r_2 r_3^m} - 1 \right) \left(\frac{v_i}{c_i} \right)^m$$

λ_2 er sannsynligheten pr kilometer for å komme ut for forsinkelser av de typene som er inkludert i denne delmodellen. Uttrykkene for forventet forsinkelse og dens varians blir da:

$$(3.6) \quad E(X_{2i}) = \lambda_2 \left[s_{i0} \left(\frac{1}{r_2} - 1 \right) + s_{i0} q \left(\frac{1}{r_2 r_3^m} - 1 \right) \left(\frac{v_i}{c_i} \right)^m \right]$$

$$(3.7) \quad \text{var}(X_{2i}) = \lambda_2 (1 - \lambda_2) \left[s_{i0} \left(\frac{1}{r_2} - 1 \right) + s_{i0} q \left(\frac{1}{r_2 r_3^m} - 1 \right) \left(\frac{v_i}{c_i} \right)^m \right]^2$$

Hvordan disse uttrykkene (3.6) og (3.7) skal brukes i en samlet modell forklares i avsnitt 3.7.

3.6 Forsinkelser i transportnettverk

Vi har så langt forutsatt at det ikke skjer noen atferdsendring. Bilen kjører strekningen som planlagt. I noen tilfeller kan vi regne med at en del trafikanter er informert, f.eks. når det gjelder vegarbeid eller store sportsarrangementer som hindrer framkommeligheten. Også ved ekstremt vær kan forholdene være kjent på forhånd. Følgelig vil enkelte trafikanter velge andre transportalternativer. Modellen i avsnitt 3.5 tar ikke hensyn til dette. Den passer altså for tilfeller av kort varighet og uten informasjon. Modellene vi har behandlet hittil kan også sies å gjelde motorveg/landeveg og ikke by, da vi ikke har tatt hensyn til et transportnettverk med rutevalg.

I realiteten vil det være en grad av avvisning fra lenker hvor det er en hendelse, fordi folk ser køen eller hører/leser trafikk- og værmeldinger. Størrelsen på avvisningseffekten avhenger både av om det fins gode alternativer, om hendelsen er av en slik varighet at det er tid til nye tilpasninger, og hvilken informasjon trafikantene har. (I tillegg spiller det en rolle hvilken tilbøyelighet trafikantene har til å velge alternativer og til å benytte trafikkinformasjon.) Tradisjonelle transportmodeller tar ikke hensyn til hendelser i det hele tatt.

Berdica et al. (2003) har studert tre ulike modellens egnethet til å simulere virkningene av kortvarige hendelser. De tre modellene representerte henholdsvis makroskopisk, mesoskopisk og mikroskopisk modellering, og hadde ulike mekanismer bak fordelingen av trafikken på nettverket. I simuleringen av kortvarige hendelser hadde modellene ulike svakheter og styrker. Likevektsmodeller ser ut til å underestimere virkninger av hendelser. Mikroskopiske modeller ser ut til å være best egnet til formålet, men er upraktiske å bruke på store, kompliserte nettverk. Arbeidet til Berdica et al. gir nyttig innsikt når det gjelder muligheten til å håndtere hendelser i tradisjonelle modeller. Men eksperimentene som ble utført er simuleringer av enkelthendelser. De sier oss dermed lite når det gjelder forventet transporttid og variabilitet på OD-nivå generelt.

I teorien om *degradable transportation systems* (Nicholson og Du, 1997) kan komponenter i transportsystemet være helt eller delvis ute av funksjon. Nicholson og Dus modell er en firetrinns transportmodell der reisetida på lenker (og transportmidler¹⁰) er avhengig av forholdet mellom volum og kapasitet på lenkene. Degradering modelleres som reduksjon i lenkekapasitet. Trafikantene tilpasser seg den nye situasjonen, og en ny likevekt oppstår med nye v/c -rater. Modellen passer best til langvarige degraderinger, som etter naturkatastrofer eller terrorhandlinger, slik at atferdsjusteringene rekker å finne sted. Det forutsettes implisitt at trafikantene er informert. Dette er en deterministisk modell hvor man kan studere virkningene av å redusere de enkelte lenkekapasitetene, med formål å identifisere de lenkene hvis degradering gir størst samfunnsøkonomisk tap. Tanken er at det er der man bør konsentrere vedlikeholdet.

Nicholson og Du har dermed tatt hensyn til at kapasiteten i nettverket kan variere. Andre har tatt hensyn til at også etterspørselen kan variere, samt at trafikantene kan ha ulike oppfatninger om variasjonene i transporttid. Chen, Ji og Recker

¹⁰ Ulike lenker i modellen kan også representere ulike transportmidler.

(2002) setter opp et system av ulike modellvarianter der både nettverket og brukerlikevekten kan være enten deterministisk eller stokastisk. Dette gir fire muligheter:

DN-DUE (*deterministic network – deterministic user equilibrium*)

DN-SUE (*deterministic network – stochastic user equilibrium*)

SN-DUE (*stochastic network – deterministic user equilibrium*)

SN-SUE (*stochastic network – stochastic user equilibrium*)

I DN-DUE er transporttidene deterministiske og det antas at trafikantene har perfekt kjennskap til dem. I DN-SUE åpnes det for at trafikantene kan ha ulike oppfatninger om transporttidene og gjøre sine rutevalg basert på det. I SN-DUE er det knyttet sannsynlighetsfordeling til transporttidene, men trafikantene kjenner disse variasjonene. I SN-SUE er transporttidene stokastiske, og trafikantene kan ha ulike oppfatninger av dem. Et poeng hos Chen et al. er at dette gir mulighet til å studere ulik trafikantatferd med hensyn til risiko.

Stokastisk nettverk og deterministisk brukerlikevekt kjennertegner også modellen til Lo og Tung (2003). De definerer PUE, *probabilistic user equilibrium*, som er en langsiktig likevekt der trafikantene gjennom erfaring har tilpasset seg variasjonene i transporttid som oppstår på grunn av kortvarige hendelser som innskrenker kapasiteten på lenker.

I teorien fins det altså et spekter av modellvarianter som egner seg til å studere ulike tilfeller. Hva passer til vårt formål, nemlig å finne variasjonen i transporttid på OD-nivå (dvs. for en transport)? Modellene med deterministisk nettverk er ikke relevante med tanke på dagligdags transporttidsvariabilitet: DN-DUE er en tradisjonell firetrinnsmodell som ikke tar hensyn til usikkerhet. Også i DN-SUE er nettverket deterministisk. Nicholson og Dus degraderbare transportsystem passer heller ikke så godt til å studere variasjon i transporttid på OD-nivå, for det ville kreve et stort antall modellkjøringer (mange eventualiteter). Deterministisk nettverk kan imidlertid være av interesse i tilfeller med langvarig degradering av en eller flere lenker (ras, flom), der det dannes en ny, midlertidig likevekt.

PUE eller SN-DUE er realistiske med tanke på at trafikantene lærer gjennom erfaring og tar hensyn til at kortvarige hendelser kan komme til å påvirke transporttida her og der nå og da. Men disse kan ikke brukes til å studere virkninger av informasjonstiltak, siden trafikantene forutsettes å ha oppnådd full informasjon. En ulempe hos Lo og Tung er at det i rutevalget ikke er noen trade-off mellom transporttid og transporttidsvariabilitet.

SN-SUE er en fullt stokastisk modell som i teorien er mer realistisk, men antakelig også vanskeligere å gjøre anvendbar da den krever forutsetninger om trafikantenes preferanser med hensyn til risiko (trade-off mellom transporttida og dens variabilitet). Chen et al. beskriver ikke en praktisk applikasjon, men modellsimuleringer hvor ulike antakelser er lagt inn. En fordel med SUE-varianten er at den åpner for å kunne studere virkninger av informasjonstiltak. Informasjonen korrigerer trafikantenes oppfatninger om transporttidene i nettverket.

Dersom det skal tas hensyn til rutevalgsmuligheter foreslår vi at den stokastiske transporttida på lenkenivå innlemmes i en transportmodell med rutevalg. Det krever antakelser om disse lenketransporttidenes fordeling. Videre må løsningsalgo-

ritmene i modellen kunne håndtere stokastiske variabler. På OD-nivå får vi da en $E(t)$ og $\text{var}(t)$ som er basert på en likevekt. Likevekten er forskjellig fra tradisjonell (deterministisk) likevekt fordi mekanismene bak trafikantenes tilpasning tar hensyn til transporttidsvariabilitet på en eller annen måte. Det kan dreie seg om langsiktige tilpasninger der trafikantene har lært gjennom erfaring, eller tilpasninger på kort sikt som kan påvirkes av informasjonstiltak.

Dette er imidlertid ikke state-of-the-art modellering, og det er ikke vår oppgave å drive modellutvikling her. Verdsettinga kan ikke ligge i forkant av modellutviklinga, så vi må til en viss grad vente på modellutviklinga. Men vi har kartlagt hva som fins og hva som er problemstillingene.

3.7 Oppsummering av modell med transporttidsvariabilitet

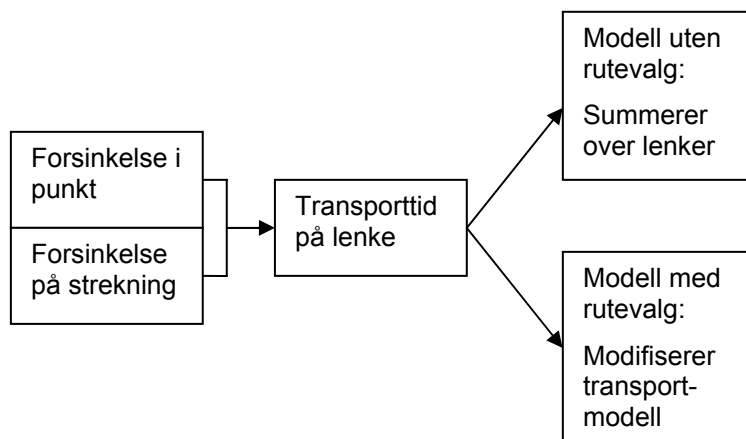
Til metodikken i kapittel 2 trenger vi forventning μ_T og varians σ_T^2 til ledetida.

Det antas at ledetida består av en del, T_0 , som ikke er transport, samt summen av transporttidene t_i på et antall lenker. Det antas videre at alle disse elementene er stokastiske variable som er uavhengige av hverandre, slik at

$$(3.8) \quad \mu_T = \sum_i E(t_i) + E(T_0)$$

$$(3.9) \quad \sigma_T^2 = \sum_i \text{var}(t_i) + \text{var}(T_0)$$

Jf. likning (2.13) i kapittel 2. Det vi har funnet i dette kapittelet er modeller som leder fram til $E(t_i)$ og $\text{var}(t_i)$ i ulike tilfeller (via forventet forsinkelse). Figur 3.5 illustrerer at vi tok utgangspunkt i to delmodeller på lenkenivå, for forsinkelser som oppstår henholdsvis i et punkt og på en strekning. Setter vi delmodellene sammen, har vi $E(t_i)$ og $\text{var}(t_i)$ på lenkenivå. Derfra er det to veier å gå, som kan tjene ulike formål. Dersom vi studerer et tilfelle med ingen eller få alternative ruter, kan vi summere $E(t_i)$ og $\text{var}(t_i)$ på lenkene (forutsatt uavhengighet) for å finne $\sum_i E(t_i)$ og $\sum_i \text{var}(t_i)$. Dersom vi studerer et tilfelle med flere alternative ruter (en by), kan de stokastiske lenketransporttidene inngå i en transportmodell med rutevalg. Dette krever at transportmodellen har algoritmer som kan håndtere stokastikken.



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.5: Modelltyper med transporttidsvariabilitet

La oss først se nærmere på sammenstillingen av de to delmodellene på lenkenivå. Det er en modell for hendelser i punkt og en modell for hendelser på en strekning, der vi i begge modeller har funnet forventning og varians til forsinkelsen. Det antas at forsinkelsestypene er uavhengige av hverandre, og at forsinkelsene kommer som tillegg til en fast transporttid som her er kalt $t_{min,i}$. I begge delmodeller er benevnelsen ”timer pr kilometer”, og vi multipliserer med lenkelengden for å regne transporttid i timer. Samlet modell på lenkenivå blir:

$$(3.10) \quad E(t_i) = t_{min,i} + a_i [E(X_{1i}) + E(X_{2i})]$$

$$(3.11) \quad var(t_i) = a_i^2 [var(X_{1i}) + var(X_{2i})]$$

Her er det tenkt at ulike typer hendelser tilordnes de to kategoriene ”punkt” (indeks 1) og ”strekning” (indeks 2), og at sannsynligheten for hendelser av ulike typer gjenspeiles i de respektive formlene. Det er dessuten forutsatt at kategoriene er uavhengige. Det er vel rimelig å anta at hendelser som vegarbeid (i punkt) og uvær (på strekning) er uavhengige av hverandre, men det er en svakhet at sannsynligheten for trafikkuhell anses som uavhengig av de andre hendelsestypene i modellen.

Hvis vi nå skal bruke dette i en sammenheng uten rutevalg, summerer vi over alle lenker i (evt. delstrekninger) som inngår i den transporten vi er interessert i. Det antas uavhengighet mellom lenkene. La dummy-variabelen δ_i være 1 hvis lenke i inngår i ruta, og 0 ellers.

$$(3.12) \quad E(t) = \sum_i \delta_i \cdot E(t_i) = \sum_i t_{min,i} + \sum_i \delta_i a_i [E(X_{1i}) + E(X_{2i})]$$

$$(3.13) \quad var(t) = \sum_i \delta_i \cdot var(t_i) = \sum_i \delta_i a_i^2 [var(X_{1i}) + var(X_{2i})]$$

Disse to uttrykkene er de delene av forventning μ_T og varians σ_T^2 til ledetida som består av transport.

Dersom det skal tas hensyn til rutevalgsmuligheter foreslår vi at den stokastiske transporttida på lenkenivå innlemmes i en transportmodell med rutevalg, som diskutert i avsnitt 3.6. En slik modifisert transportmodell ligger nok noe fram i tid. Som et alternativ i mellomtida kunne man tenke seg at avvisingseffekten som transporttidsvariabiliteten har, ble estimert gjennom undersøkelser slik at man fikk en faktor som kunne brukes til å justere trafikkvolumet på den berørte lenka.

I vår modell er for øvrig ikke forsinkelsessannsynligheten avhengig av trafikkvolumet, men lengden av forsinkelsen er det.

Til slutt en bemerkning: Trafikantene kan velge andre justeringer enn endring av rutevalg. Valg av avreisetidspunkt, eller i godstransport at man endrer tidsplanen (kanskje bytter om på rekkefølgen av leveranser i nærtransport), er et eksempel. Det fins teori om valg av reisetidspunkt, men det er ennå ikke vanlig i anvendt transportmodellering.

3.8 Datatilgjengelighet for modell med transport tidsvariabilitet

3.8.1 Databehov

Tabell 3.1: Databehov til modeller med transporttidsvariabilitet

Symbol	Forklaring
a_i	Lengde på lenke i
c_i	Kapasitet på lenke i
G	Raten kjøretøyene forlater hendelsesstedet med etter opprydding (andel av c)
M	Parameter i volume-delay-funksjon
Q	Parameter i volume-delay-funksjon
r_1	Andel av kapasitet som opprettholdes under en hendelse i punkt
r_2	Andel av friflytfart (km/t) som opprettholdes under en hendelse på en strekning
r_3	Andel av kapasitet som opprettholdes under en hendelse på en strekning
t_{i0}	Transporttid på lenke i ved fri fart (dvs. uten hendelse)
v_i	Trafikkvolum på lenke i
α	Parameter i Erlang-fordeling (for oppryddingstid T_i)
ε	Parameter i funksjonen $r = f(c)$
λ_1	Sannsynlighet for hendelse i punkt
λ_2	Sannsynlighet for forsinkelse på strekning
ρ	Parameter i Erlang-fordeling (for oppryddingstid T_i)

TØI-rapport 825/2006

Her gjennomgår mulighetene for å finne data til de enkelte parametrene og variablene som er listet opp i tabell 3.1.

a_i , c_i , t_{i0} og v_i er lenkespesifikke størrelser som må innhentes i hvert tilfelle. Kapasitetene c_i , lenkelengdene a_i og tillatte hastigheter t_{i0} har man grunnlag til å beregne ved hjelp av opplysninger fra Vegdatabanken (Statens vegvesen) om vegkategori, antall felt og hastighet. Det antas at tilsvarende data fins i Sverige. Data som Statens vegvesen samler inn ved hjelp av sine tellepunkter viser trafikkvolum på ulike tidspunkt over døgnet. Vägverket har også systematiske trafikkmålinger på det statlige vegnettet i Sverige. Historiske data om v_i viser hvor mange som faktisk passerte et tellepunkt per tidsenhet, og dette vil være lik etterspørselen v_i når det ikke er kapasitetsproblemer.

Cohen og Southworth har estimert g til 1.07. Arup påpeker at hvorvidt g kan bli større enn 1, avhenger av definisjonen av kapasitet. Det er ikke kjent hva Cohen og Southworth har gått ut fra når det gjelder dette. De argumenterer med at bilene som starter opp fra køen kjører tettere enn det de ellers ville gjort. Observasjoner gjort av den norske vegingeniøren Kristian Wærsted tyder generelt på det motsatte. Uansett mener vi det er urimelig å sette g til mer enn 1, men det er kanskje heller ingen gode argumenter for å sette g til mindre enn 1, om vi betrakter en litt lengre strekning. Vi går derfor ut fra at vi kan sette $g = 1$.

Vi anser det som åpenbart at parameteren r_l vil avhenge av vegkapasiteten c_i , som igjen avhenger av antall filer, filenes bredde og vegskulderens bredde. På en trang bygdeveg kan en hendelse blokkere vegen i begge kjøreretninger. På en vanlig tofeltsveg vil en hendelse ofte blokkere hele den ene kjøreretningen, og r_l vil i så fall være mindre enn 0.5, avhengig av vegskulderens bredde, sikten i kjøreretningen og volumet på den motgående trafikken. Ved flere filer i samme kjøreretning vil det bare være alvorlige hendelser som blokkerer alle disse filene.

Vi kan derfor anta at r_l som funksjon av c_i er 0 når c går mot 0, og 1 når c_i går mot uendelig, og at den er en monotont tiltakende og konkav funksjon. Mange funksjoner kan tenkes å representere dette. Blant dem er mange kumulative sannsynlighetsfunksjoner, hyperbler med vannrett asymptote, og hyperbolsk tangens. (Et tilleggskrav kan være at $c_i - r_l c_i$ aldri faktisk blir 0, siden hendelsen i alle fall vil legge beslag på noe kapasitet.)

Ta den hyperbolske tangens som utgangspunkt:

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

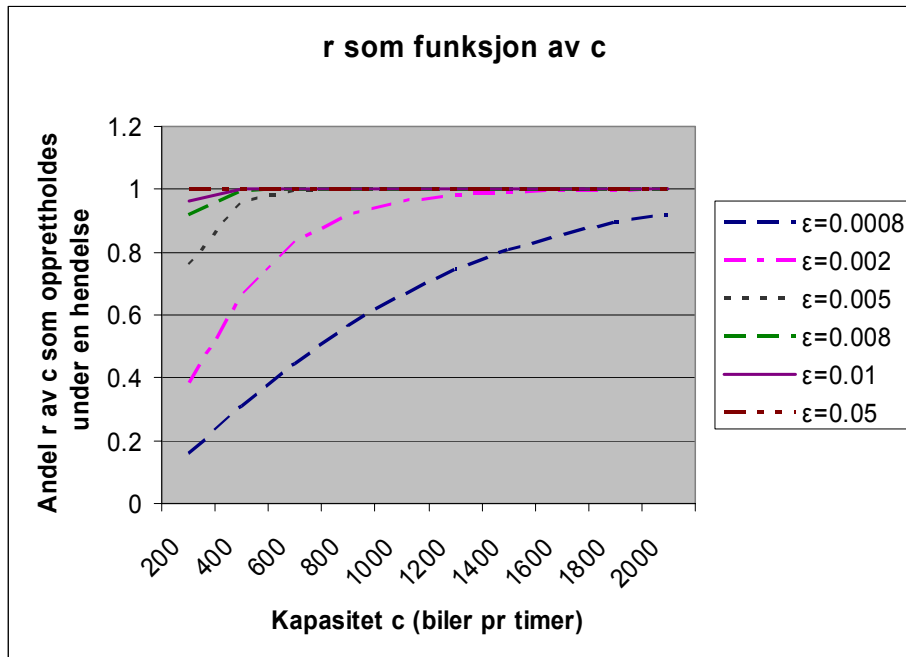
Innsetter vi her parameteren ε og anvender funksjonen på εc_i , kan vi anta

$$r_l = f(c) = \frac{e^{\varepsilon c_i} - e^{-\varepsilon c_i}}{e^{\varepsilon c_i} + e^{-\varepsilon c_i}}$$

Også denne funksjonen er alltid mellom 0 og 1. Den antar verdien 0 i punktet $c_i = 0$, og går mot 1 når c_i går mot uendelig. Den har positiv førstederivert og negativ andredederivert. Grensa for $c_i - c_i \cdot f(c_i)$ når c_i går mot uendelig er imidlertid 0.

Parameteren ε har ikke her noen naturlig tolkning, og kan tilpasses fritt for å gi riktig kapasitetsrest for en bestemt vegtype. Forhåpentligvis vil den da også tilnærmet gi riktig verdi av r_l for andre vegtyper.

Som det framgår nedenfor har vi ikke et godt grunnlag for å estimere parameteren ε . Figur 3.6 viser sammenhengen mellom c_i og r_l med ulike ε -verdier. Jo større andel av en gitt vegkapasitet som opprettholdes under en hendelse, jo større ε -verdi bør man velge. De høyeste ε -verdiene i figuren innebærer ingen kapasitetsreduksjon unntatt for meget lav kapasitet.



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.6: r som funksjon av c

Vi antar at både verdien for g og funksjonsuttrykket for $r_l = f(c_i)$ gjelder generelt i vegtransportssystemet.

Det er ikke like naturlig at r_2 skulle være avhengig av friflytfarta og r_3 av vegens kapasitet. Proporsjonalitet virker mer rimelig, i hvert fall innen ulike vegtyper. Disse parametrene kunne anslås etter nærmere studier av:

- hvor mye tillatt hastighet i gjennomsnitt settes ned under vegarbeid;
- hvor mye man kan forvente at hastigheten reduseres ved ekstreme kjøreforhold;
- hvor mye av kapasiteten som i gjennomsnitt er i funksjon under vegarbeid; og
- hvor mye av kapasiteten man kan forvente er i funksjon ved ekstremt vær.

Det bør antakelig skilles mellom ulike vegtyper.

Sannsynligheten λ_l kan baseres på ulike kilder. Sannsynligheten for at et kjøretøy forårsaker en hendelse utgjøres delvis av sannsynligheten for at kjøretøyet kommer ut for en ulykke. Ved hjelp av Trafikksikkerhets håndboka kan denne anslås til 7.8 ulykker per million kjøretøykilometer, jf. tabell 3.2. I tillegg kommer sannsynligheten for å gå tom for bensin, motorhavari o.l., slik at λ_l blir høyere.

Tabell 3.2: Ulykkessannsynlighet

Kjøretøygruppe	Ulykker pr mill kj.km ¹	Andel av trafikkarbeid ²
Person- og varebiler	7.391	0.8405
Lastebil	10.973	0.1254
Buss	8.274	0.0116
Moped, lett og tung motorsykkel	≈ 6.59	0.0225
Vektet snitt	7.832	

1: Fra tabell G.3.6 i TØIs Trafikksikkerhetshåndbok (<http://tsh.toi.no>)

2: Basert på Rideng A (2003): *Transportytelser i Norge 1946-2002*. TØI-rapport 674/2003.

Ad λ_2 : Sannsynlighetene for at det inntreffer ekstreme vær- og føreforhold og for vegarbeid antar vi det er mulig å finne hos Vägverket, dersom registreringene er systematiske nok. Imidlertid kan det vise seg vanskelig å komme videre til sannsynligheten for at en godstransport kommer ut for hendelsen. Som nevnt spiller tid på døgnet en rolle når det gjelder planlagte hendelser.

I modellen for hendelser som gjelder strekninger er det to parametere q og m å estimere i VD-funksjonen. Et eksempel på estimater på disse fra litteraturen er $q=0.2$ og $m=10$ (Dowling et al., 1998).

Det er svært naturlig å anta at oppryddingstida T_j er Erlangfordelt. Erlangfordelingen er Gammafordelingen i det tilfellet der en av parametrene (her kalt ρ) er heltallig. Den ble formulert første gang for hundre år siden i forbindelse med en analyse av behovet for kapasitet i Københavns telefonsentral, og skulle da representere sannsynlighetsfordelingen til varigheten av telefonsamtalene. Sannsynlighetstettheten er

$$f(x) = \frac{\alpha^\rho}{\Gamma(\rho)} x^{\rho-1} e^{-\alpha x}, \quad x \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad \rho \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

der α og ρ er parametre som må tilpasses i det konkrete tilfellet, og $\Gamma(\cdot)$ er Gammafunksjonen. I det heltallige tilfellet, som her, er

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

I utgangspunktet vil vi tro at ρ rundt 10 vil passe i vårt tilfelle.

Forventning og varians har en enkel form:

$$EX = \frac{\rho}{\alpha}, \quad \text{var } X = \frac{\rho}{\alpha^2}$$

Erlangfordelingen er skeiv, og har toppunkt til venstre for forventningen. Toppunktet er

$$x^* = \frac{\rho-1}{\alpha}$$

Ved for eksempel å bruke definisjonene av EX , EX^2 og EX^3 og anvende partiell integrasjon på dem, er det enkelt å vise at:

$$EX = \frac{\rho}{\alpha}$$
$$EX^2 = \frac{\rho(\rho+1)}{\alpha^2}$$
$$EX^3 = \frac{\rho(\rho+1)(\rho+2)}{\alpha^3}$$

osv.

Vi kan nå anvende disse resultatene i formlene (3.1) og (3.2) for forventet hendelsesrelatert forsinkelse pr. kilometer, $E(X_i)$ og for variansen til forsinkelsen, $\text{var } X_i$. Vi setter samtidig $g = 1$ og sløyfer indeks i . Vi får:

$$(3.14) \quad E(X_1) = \frac{1}{2} \frac{\rho(\rho+1)}{\alpha^2} \cdot \lambda_1 \frac{(1-r)(v-rc)}{c-v} c$$

$$(3.15) \quad \text{var } X_1 = E(X_1) \cdot \left(\frac{2(\rho+2)}{3\alpha} \frac{v-rc}{v} - E(X_1) \right)$$

For å tilpasse parameterne ρ og α trenger vi et visst datagrunnlag for T_j . Dette har vi for tunneler, men ikke ellers – se avsnitt 3.8.2.

3.8.2 Datatilgjengelighet

Vi skal her se på hva slags aktuelle data som er tilgjengelig fra trafikksentraler og andre kilder.

Data fra Statens vegvesen

Statens vegvesen har hentet ut for oss to ulike typer data fra sin meldingsbase Merkur. Dataene dekker bare delvis vårt behov. Merkur er utviklet etter vegvesenets egne formål, og de mangler som er nevnt nedenfor gjelder i forhold til vårt databehov.

I Merkur registreres alle meldinger i fire kategorier: Trafikkforhold (TF), midlertidig stengt (MS), vedlikehold og kolonnekjøring. Vedlikeholdsmeldingene gjelder forhold som ikke berører trafikken, og kolonnekjøring er uaktuelt i området vi betraktet, slik at vi kun tok for oss meldinger om trafikkforhold og om midlertidig stengt veg. Meldingene registreres på en slik måte at noen av opplysningene er søkbare i basen mens andre ikke er det. Hvis data er søkbare er det mulig å få en opplisting av dem uten å måtte åpne og lese hver enkelt melding manuelt. De søkbare opplysningene er:

- dato og klokkeslett
- type melding (TF, MS osv.)
- fylke og område (grov inndeling)
- veg
- sted
- hendelse (bilberging, trafikkuhell, trafikkavvikling m.m.)
- meldingsnummer og hvem som har registrert meldingen
- ved MS: klokkeslett stengt og åpnet

De ikke søkbare opplysningene er tekst som beskriver hva som har hendt, hvilken kjøreretning hendelsen fant sted i og eventuelt omfanget av problemet i en eller annen form. Det er altså ingen systematisk registrering av hvor lang tid det gikk før situasjonen var normalisert igjen etter et uhell. Ei heller i hvilken grad trafikken ble hindret av hendelsen – med mindre vegen var helt stengt og meldingen ble kodet som MS. For MS-meldinger registreres tidspunktene da vegen ble stengt og åpnet igjen. Dette er søkbare data slik at man har muligheten til å sette opp en oversikt over stengninger og studere varigheten av dem. Bortsett fra dette er ikke Merkurbasen noe godt grunnlag for å beregne verken sannsynligheter for eller varighet av hendelser.

Ved hjelp av stedsangivelsene kunne man sortere hendelsene ut på lenker. Ved hjelp av andre kilder kunne man beregne kjøretøykilometer på en lenke i løpet av en periode og se antall hendelser i perioden i forhold til dette. Da ville man ha en indikasjon på sannsynligheten for at et kjøretøy forårsaker en hendelse. Men for å se i Merkur hvilken kjøreretning som ble berørt er man nødt til å åpne hver melding og lese selve meldingsteksten, noe som fort blir for omfattende. Skulle man likevel ha gjort det, er det dessuten tilfeldig om teksten sier noe om varigheten. Fordelingen til T_i finner vi altså ingen pekepinn på her.

For tunneler har Statens vegvesen en litt mer systematisk registrering (Tunnelregisteret). Her oppgis dato, tunnelnavn, retning og hvor mange minutter tunnelen eller et løp eller en fil var stengt. Årsaken til stengningen er bare sjelden notert, og heller ikke når på døgnet stengningen fant sted. Det siste er en mangel med tanke på virkningen for trafikken. Med utgangspunkt i tunnelregisteret kan man beregne hvor stor andel av tiden en tunnel har vært stengt i en retning. På grunn av den grove tidsangivelsen er det ikke mulig å anslå på noen god måte sannsynligheten for å komme ut for stengt tunnel, siden trafikken fordeler seg ujevnt over døgnet (en fordeling det er mulig å skaffe data om). Man kan heller ikke skille mellom hendelser som påfører trafikantene uforutsette forsinkelser og planlagte hendelser som er varslet på forhånd slik at trafikantene kan planlegge deretter.

Det vi kan finne ved hjelp av tunnelregisteret er forventning og varians til varigheten av en tunnelstengning. Som et eksempel har vi gjort et utvalg av 2112 observasjoner fra perioden mai 2001 til desember 2003. Vi har studert antall minutter med redusert kapasitet, enten hele tunnelen, et løp eller et felt har vært stengt. Korteste varighet av en kapasitetsreduksjon var 1 minutt og lengste 758 minutter. Gjennomsnittlig varighet var 22.565 minutter, eller 0.376 timer. Hvis vi antar Erlang-fordeling og bruker en grov kurvetilpasning til å anslå parameterne til $\rho = 5$ og $\alpha = 22.5$, finner vi $E(T) = 0.2222$ og $\text{Var}(T) = 0.0099$.

Oppsummering om data fra Statens vegvesen:

- Hendelsesvarigheten T_i er det enkelt å skaffe data om når det gjelder kapasitetsreduksjoner i tunneler. Utenom tunneler er det systematiske registreringer av varighet kun ved midlertidig stengt veg og ikke ved andre kapasitetsreduksjoner.
- Sannsynligheten per kjøretøykilometer for å komme ut for en hendelse burde det være mulig å beregne dersom data om kjøretøykilometer og om antall hendelser avgrenses likt i tid og rom.

- Ikke alle ”våre” forsinkelsestyper dekkes av meldingsdatabasen Merkur. Samtidig gjelder meldingene i Merkur en rekke hendelser som ikke angår framkommeligheten på veggen. Å tilordne meldinger til forsinkelseskategorier, uansett om man velger en grovere inndeling enn i figur 5.1, ville være et omfattende arbeid da hver enkelt melding måtte studeres.
- Hvor stor andel av kapasiteten som opprettholdes under en hendelse (r) gir tunnelregisteret en pekepinn om i og med at det registreres om et felt, et løp eller hele tunnelen er stengt. Utenom tunneler har vi ingen slike opplysninger bortsett fra sporadisk omtale i meldingstekstene i Merkur. Datagrunnlaget for å estimere r som en funksjon av c er for spinkelt.

Sverige

Det ser ut til at også i Sverige fins en del av de ønskede dataene som fritekst i trafikksentralenes database.¹¹ (En henvendelse til VV Konsult Trafik ga ikke konkrete resultater.)

Alternative datakilder

En annen innfallsvinkel til å skaffe data om transporttidsvariabilitet er å ta utgangspunkt i observerte transporttider fra bedrifter. En forespørsel til norske Linjegods, som er en del av Schenker, viste at de ikke registrerer og lagrer data om transporttider i timer og minutter. Vår kontakt formidlet også forespørselen videre til Schenker i Sverige uten resultat.

Avanserte trafikkinformasjonsystemer kan i framtiden gi bedre grunnlag for å måle variasjon i transporttider. I dette prosjektet ble to organisasjoner kontaktet for å undersøke denne muligheten. Den ene er GreenTrip som leverer planleggingsverktøy til transportbedrifter og for tiden deltar i et prosjekt der sanntids trafikldata samles inn i Oslo ved hjelp av drosjer. GreenTrip har ingen database for reisetider (i alle fall ikke foreløpig). Den andre er SINTEF som er en av partnerne i prosjektet DynamIT – Dynamiske informasjonstjenester i transportsektoren. Resultater fra DynamIT foreligger ikke i skrivende stund.

3.8.3 Konklusjon

Noen typer data er tilgjengelig fra vegmyndigheter:

- vegkapasitet
- lenkelengder
- i noen tilfeller trafikkvolum
- friflytfart

Andre kan man gjøre kun grove anslag på etter bearbeiding av tilgjengelige data fra trafikksentralene samt ulykkesstatistikk:

- r 'ene og dermed ε
- λ_1 og λ_2
- Parametre i Erlang-fordelingen til oppryddingstida

¹¹ Jf. kommunikasjon med Katja Berdica, Transek, som har publisert arbeidet innen analyse av transportsystemers sårbarhet.

Anslagene ville bli nokså usikre med dagens data. For å forbedre datagrunnlaget kan man gjennomføre særskilte undersøkelser. Endrede datainnhentingrutiner i vegtrafikksentralene kunne også gi et bedre grunnlag, for eksempel for å anslå forsinkelsessannsynlighetene og hvor mye av kapasiteten som opprettholdes under hendelser.

Dersom det eksisterer en transportmodell med volume-delay-funksjoner har man allerede et grunnlag for parametrene q og m .

3.9 Ulike tiltak og virkninger av dem

Ved hjelp av modellapparatet ovenfor kan vi studere virkninger som ulike tiltak har på transporttidsvariansen.

Hendelsessannsynlighetene kan påvirkes gjennom ulike tiltak. Trafikksikkerhets-tiltak kan redusere risikoen for uhell og dermed sannsynligheten λ_1 for at et kjøretøy forårsaker en hendelse. Planlagte hendelser kan forsøkes tilpasset slik at de forstyrrer trafikken minst mulig og dermed redusere λ_2 . Været får man ikke gjort noe med, men sannsynligheten for at været skal forårsake forsinkelser kan påvirkes gjennom snørydding, strøing og salting.

Kapasitetsutvidelse er et tiltak som øker c_i i modellene. Trafikkdempende tiltak på en lenke reduserer v_i på lenken. Begge deler gir lavere v/c -rate.

Også hendelsesvarigheten T_j kan påvirkes. Rask oppdagelse av hendelser og rask iverksetting av opprydding reduserer tiden fra hendelsen inntreffer til køen er avviklet. Tiltak for dette er overvåking og beredskap.

3.10 Numerisk eksempel

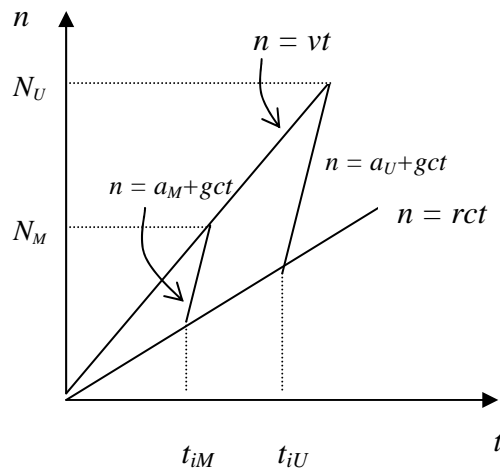
3.10.1 Innledning

I avsnitt 3.10.2 skisseres et tenkt eksempel på virkninger av tiltak som reduserer oppryddingstida på en lenke (tiltaket kan like gjerne gjelde flere lenker). I avsnitt 3.10.3 skisseres et tenkt eksempel med dårlige kjøreforhold om vinteren og vegarbeid av og til. Dette gjelder samme lenke som det første eksempelet. Forventning og varians til transporttida på lenka er vist i avsnitt 3.10.4.

3.10.2 Kjøretøyforårsaket hendelse: Virkninger av redusert oppryddingstid

Det vises til figur i vedlegg 4, der t_i , tidspunktet hvor vegen er ryddet etter en hendelse, forutsettes kjent. Indeks i viser i det følgende ikke til lenke, men til ”incident”, som i vedlegg 4. I figur 3.7 er effektene av redusert oppryddingstid illustrert ved at tidspunktet t_i inntreffer tidligere. Fotskrift M og U refererer til tilfellet med og uten tiltaket.

Både tiden det tar før køen er avviklet ($t_i + t_g$), antall biler som blir forsinket, den maksimale forsinkelsen, den maksimale kølengden og totale forsinkelser er redusert etter tiltaket. (Uttrykk for alle disse størrelsene fins i vedlegg 4.)

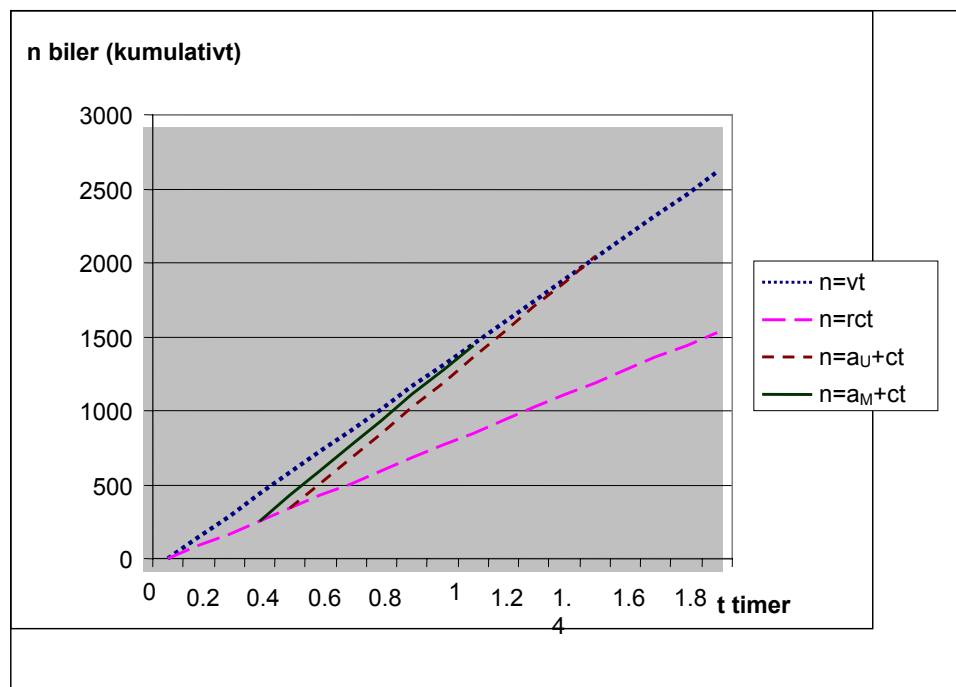


TØI-rapport 825/2006

Figur 3.7: Virkning av redusert oppryddingstid

Figur 3.8 og tabell 3.3 illustrerer det samme med et tenkt talleksempel. La $g = 1$ og anta ellers følgende verdier:

Trafikkvolum i aktuell periode på dagen	$v = 1450$ biler/time
Kapasitet	$c = 1700$ biler/time
Andel kapasitet under en hendelse	$r = 0.5$
Varigheten av en hendelse initialt	$t_{iU} = 0.4$ timer
Varigheten av en hendelse etter tiltak	$t_{iM} = 0.3$ timer



TØI-rapport 825/2006

Figur 3.8: Virkning av redusert oppryddingstid – et talleksempel

Tabell 3.3 viser konsekvenser av en hendelse før og etter tiltaket som forbedrer oppryddingstida. Dersom tiltaket er i stand til å redusere oppryddingstida med 25 prosent (fra 0.4 til 0.3 timer), ser vi at både maksimal forsinkelse, maksimal kølengde, antall berørte biler og tid før køen er avviklet reduseres med 25 prosent. Alle disse størrelsene er proporsjonale med oppryddingstida. Total forsinkelse derimot reduseres med mer enn 25 prosent fordi den avhenger av *kvadratet* av oppryddingstida.

Tabell 3.3: Virkninger av redusert oppryddingstid – et tenkt eksempel

Variabel	Før tiltak	Etter tiltak	Nedgang i prosent
Maksimal forsinkelse (timer)	0.1655	0.1241	25
Total forsinkelse (timer)	163.2	91.8	43.75
Maksimal kølengde (biler)	240	180	25
Totalt antall berørte biler	1972	1479	25
Tid før køen er helt avviklet (timer)	1.36	1.02	25

TØI-rapport 825/2006

Vi er imidlertid ikke ute etter å studere virkninger som et tiltak har på én hendelse, men virkningen på forventet forsinkelse og transporttidsvarians for en transport på vegstrekningen. Betrakt fremdeles eksempelet ovenfor. Anta at sannsynligheten for en hendelse forårsaket av kjøretøy er $8 \cdot 10^{-6}$ per kilometer. Anta videre at et sett av observasjoner har gjort det mulig å beregne en forventet oppryddingstid $E(T_{IU}) = 0.4$ før tiltaket og $E(T_{IM}) = 0.3$ etter tiltaket, samt de respektive variansene $Var(T_{IU}) = 0.04$ og $Var(T_{IM}) = 0.0225$. Det er her antatt at oppryddingstida er Erlangfordelt med $\rho = 4$ og α hhv. 10 og 13.33.

Vi kan da beregne forventet forsinkelse og varians ved hjelp av likningene (3.1) og (3.2). Vi regner først ut konstanten Λ :

$$\Lambda = \frac{1}{2} \lambda_1 \frac{(1-r)(v-rc)}{c-v} c = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{(1-0.5)(1450-0.5 \cdot 1700)}{1700-1450} \cdot 1700 = 0.00816$$

Før tiltaket:

$$(3.16) \quad E(X_{IU}) = \Lambda \{ [E(T_{IU})]^2 + Var(T_{IU}) \} = 0.00816 \cdot (0.4^2 + 0.04) = 0.00163$$

$$(3.17) \quad \begin{aligned} Var(X_{IU}) &= \frac{2}{3} \frac{v-rc}{v} \Lambda E(T_{IU}^3) - \Lambda^2 \{ [E(T_{IU})]^2 + Var(T_{IU}) \}^2 \\ &= \frac{2}{3} \frac{1450-0.5 \cdot 1700}{1450} \cdot 0.00816 \cdot 0.12 - 0.00816^2 \cdot (0.4^2 + 0.04)^2 \\ &= 0.00027 \end{aligned}$$

Etter tiltaket:

$$(3.18) \quad E(X_{IM}) = \Lambda \{ [E(T_{IM})]^2 + Var(T_{IM}) \} = 0.00816 \cdot (0.3^2 + 0.0225) = 0.00092$$

$$(3.19) \quad \begin{aligned} Var(X_{IM}) &= \frac{2}{3} \frac{v-rc}{v} \Lambda E(T_{IM}^3) - \Lambda^2 \{ [E(T_{IM})]^2 + Var(T_{IM}) \}^2 \\ &= \frac{2}{3} \frac{1450-0.5 \cdot 1700}{1450} \cdot 0.00816 \cdot 0.05062 - 0.00816^2 \cdot (0.3^2 + 0.0225)^2 \\ &= 0.00011 \end{aligned}$$

Når forventet oppryddingstid $E(T_i)$ reduseres med 25 prosent, reduseres forventet forsinkelse i punkt, $E(X_1)$, med mer enn 25 prosent, her med 43.75 prosent. Forsinkelsesvariansen $Var(X_1)$ ble i dette eksempelet mer enn halvert.

3.10.3 Forsinkelse på strekning: Dårlig vær og vegarbeid

Betrakt den samme lenka som ovenfor. I tillegg til forventet forsinkelse på grunn av trafikkuhell o.l., skal vi tenke oss at det oppstår forsinkelser som skyldes dårlig vær og vegarbeid. Anta at når det er enten dårlige kjøreforhold eller vegarbeid, er farta i gjennomsnitt 60 km/t mot normalt 80 km/t. Dette fanges opp i modellen ved at r_2 settes til $60/80=0.75$. Trafikkvolum og kapasitet er som i eksempelet ovenfor. Om de øvrige parametrene forutsettes følgende:

Andel kapasitet under reduserte forhold	$r_3 = 0.9$
Parameter i volume-delay-funksjonen	$q = 0.2$
Parameter i volume-delay-funksjonen	$m = 10$
Hendelsessannsynlighet	$\lambda_2 = 0.2$
Invers av friflytfart	$s_{i0} = (1/80) = 0.0125$

Forventning og varians til denne typen forsinkelse blir:

$$(3.20) \quad E(X_2) = 0.2 \cdot 0.0125 \cdot \left[\left(\frac{1}{0.75} - 1 \right) + 0.2 \cdot \left(\frac{1}{0.75 \cdot 0.9^{10}} \right) \left(\frac{1450}{1700} \right)^{10} \right] = 0.00086$$

$$(3.21) \quad \text{var}(X_2) = 0.2 \cdot 0.8 \cdot 0.0125^2 \cdot \left[\left(\frac{1}{0.75} - 1 \right) + 0.2 \cdot \left(\frac{1}{0.75 \cdot 0.9^{10}} \right) \left(\frac{1450}{1700} \right)^{10} \right]^2 \\ = 3 \cdot 10^{-6}$$

3.10.4 Forventet transporttid og varians på lenkenivå

Her settes de to delmodellene i eksemplene ovenfor sammen. Vi betrakter situasjonen før tiltaket i det første eksempelet er gjennomført. Anta at lenkelengden a_i er 10 kilometer, og at den faste delen av transporttida er $10/80=0.125$ timer (dvs. 7.5 minutter). Da blir forventning og varians til transporttida:

$$(3.22) \quad E(t) = 0.125 + 10 \cdot (0.00163 + 0.00086) = 0.15$$

$$(3.23) \quad \text{var}(t) = 10^2 \cdot (0.00027 + 3 \cdot 10^{-6}) = 0.027$$

Benevnelsen her er timer. Forventet transporttid på lenka er altså 9 minutter; 1.5 minutter mer enn om det ikke hadde vært forsinkelser. Tilsvarende beregninger kan gjøres for de øvrige lenkene som inngår i rutevalget til en bestemt transport.

3.11 Konklusjon og videre arbeid

I dette kapitlet er det skissert et opplegg for å beregne forventet transporttid og dens varians. Dette er variabler som inngår i modellen i kapittel 2.

Modellen kan brukes til å studere virkninger som ulike tiltak har på forventning og varians.

Ikke alle databehov er dekket med dagens tilgjengelige data. Grove anslag kan gjøres i en del tilfeller, basert på data fra trafikksentraler og andre kilder. Det spinkle datagrunnlaget gjør det vanskelig å validere modellen. Særskilte undersøkelser ville kunne bedre datagrunnlaget. Videre kreves det kalibrering og uttesting før modellen kan tas i bruk.

Det er flere retninger for videreutvikling av modellen. For det første har vi foreløpig sett bort fra at det egentlig er avhengighet mellom visse forsinkelsesårsaker, som trafikkuhell og dårlig vær. For det andre er det flere muligheter for tilpasning til framtidige transportmodeller som tar hensyn til usikkerhet. Blant annet kan man ha et atferdsaspekt hvor man tar hensyn til trafikantenes preferanser når det gjelder transporttidsvariabilitet.

Litteraturliste

- Arnott R, A de Palma og R Lindsey (1991) Does providing information to drivers reduce traffic congestion? *Transportation Research A*, Volume 25A, No. 5, pp. 309-318.
- ArupTransportPlanning (2002) *Journey Time Variability. Deliverable D6.1: Modelling and Appraisal of Journey Time Variability – Review of Earlier research, Research on this Contract, and Detailed Proposals for Further Research*. Downloaded from the net.
- Berdica K, Z Andjic og A J Nicholson (2003) Simulating road traffic interruptions – Does it matter what model we use? I: M G H Bell og Y Iida (redaktører), *The Network Reliability of Transport. Proceedings of the 1st International Symposium on Transportation Network Reliability (INSTR)*, Pergamon.
- Bruzelius, N. (2001) *The valuation of logistics improvements in CBA of transport investments: a survey*. SIKA, Stockholm, 2001.
- Chen A, Z Ji og W Recker (2002) Travel time reliability with risk-sensitive travelers. *Transportation Research Record 1783*, Paper No. 02-2379.
- Cohen, H. and F. Southworth (1999) On the Measurement and Valuation of Travel Time Variability Due to Incidents on Freeways. *Journal of Transportation and Statistics*, December 1999.
- de Jong, G.C. (2000) Value of freight travel time savings. In: Hensher, D.A. and K.J. Button (Editors), *Handbook of Transport Modelling*. Elsevier, Amsterdam.
- Dowling R G, R Singh og W W-K Cheng (1998) Accuracy and Performance of Improved Speed-Flow Curves. *Transportation Research Record 1646*, Paper No. 98-0146.
- Hadley, G. and T.M. Whitin (1963) *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Jansson, J.-O. (1984) *Transport system optimization and pricing*. John Wiley & Sons, Chichester.
- Lo H K og Y-K Tung (2003) Network with degradable links: capacity analysis and design. *Transportation Research B*, Volume 37B, No. 4, pp 345-363.
- Minken, H. (2006) Logistics cost minimisation with uncertain demand and transport time. Paper presented to “Stochastics in Logistics and Transportation”, Molde University College 12-14 June 2006.
- Newell, G.F. (1982) *Applications of queueing theory (2nd edition)*. Chapman Hall, London.

- Nicholson A og Z-P Du (1997) Degradable transportation systems: an integrated equilibrium model. *Transportation Research B*, Volume 31B, No. 3, pp. 209-223.
- Rand Europe (2004) *De waardering van kwaliteit en betrouwbaarheid in personen- en goederenvervoer*. Adviesdienst Verkeer en Vervoer, Rijkswaterstaat, Rotterdam.
- RAND EUROPE and SITMA (2005) *The Development of a Logistics Module in the Norwegian and Swedish National Freight Model Systems. Deliverable 4: Final Progress Report on Model Development*.
- Rand Europe and Transport Research Centre (AVV) (2005) *The value of reliability in transport. Provisional values for the Netherlands based on expert opinion*. Adviesdienst Verkeer en Vervoer, Rijkswaterstaat, Rotterdam.
- Rietveld, P., F.R. Bruinsma and D.J. van Vuuren (2001) Coping with unreliability in public transport chains: a case study for Netherlands. *Transportation Research A*, **35A**(6), 539-559.
- SIKA 2002: *Tid och kvalitet i godstransport*. Delrapport ASEK. SIKAs rapport 2002:9.
- Temaplan (2000): *STAN99, kostnadsfunktioner, operativa kostnader, kvalitet, frekvens*. Temaplan AB.

Vedlegg

En teori om tidsverdien og pålitelighetsverdien i godstransport

1 Bakgrunn

Å forbedre framføringshastigheten og påliteligheten for godstransporten er et hovedmål i transportpolitikken i de fleste land, men det byr på vanskeligheter å beregne den samfunnsøkonomiske lønnsomheten av slike tiltak. Det gjelder især økt pålitelighet, hvor problemet ikke bare er å anslå verdien for bedriftene og for samfunnet av en gitt forbedring, men også å finne ut hvor stor denne forbedringen vil være ved forskjellige tiltak.

Den dominerende praksis i dag er å bygge tidsverdier for godstransport (values of time, VOT) på stated preference-undersøkelser, som skal avdekke hva bedriftene i gjennomsnitt er villig til å betale for en spart time i transport (de Jong 2000). Tilsvarende framgangsmåte anvendes også i noen grad for pålitelighetsforbedringer. Forskning for å forbedre pålitelighetsverdiene (values of reliability, VOR) har pågått blant annet i Nederland (RAND Europe 2004), men ekspertene er usikre på om resultatene lar seg anvende (RAND Europe og Transport Research Centre 2005). Også i Sverige har det vært reist innvendinger mot gjeldende, stated preference-baserte verdier (Bruzelius 2001). Som et alternativ til stated preference utleder vi her VOT og VOR fra et logistikkostnadsminimeringsproblem.

Vår hovedtanke er at bedriftene allerede i utgangspunktet vil ha truffet tiltak for å forsikre seg mot konsekvensene av forsinkelser og uventede hendelser under transporttida, nemlig i form av et sikkerhetslager som skal opprettholde en fastlagt leveringsdyktighet.

Det er ikke rasjonelt å ha en sikkerhetslagerpolitikk som gjør at man alltid vil kunne levere varen straks kunden etterspør den, derfor vil det også etter innføringen av sikkerhetslagerpolitikken forekomme kostnader ved at man ikke kan levere i tide, så vel som kostnader ved å holde sikkerhetslageret. Et tiltak som forbedrer framføringstida og reduserer usikkerheten i transporten, vil gjøre det mulig for bedriftene å redusere sine lagre uten at leveringskvaliteten blir dårligere, eller å forbedre leveringskvaliteten uten å bruke mer penger på sikkerhetslageret. Heri ligger den samfunnsøkonomiske gevinsten ved slike tiltak. I tillegg kommer innsparing av transportkostnader når raskere transport gjør at en bil kan rekke over mer på en dag, og når større pålitelighet gjør at behovet for å legge inn slakk mellom avtalene kan reduseres.

I dette perspektivet er det lite relevant å spørre bedriften med utgangspunkt i en enkelt forsendelse om hva den ville være villig til å betale for en tidsbesparelse eller en økning i sjansene for rettidig levering. Man må i det minste gjøre det klart

om dette er forbedringer som vil påvirke alle sendinger eller om det er et engangstilfelle. Hvis det påvirker alle sendinger, er det relevante spørsmålet hvordan bedriften da vil legge om sin lager- og leveringsdyktighetspolitikk, og hva den regner med å spare ved det. Alternativt kan vi beregne den endrede tilpasningen og kostnadsbesparelsen sjøl. Det er det vi vil legge grunnlaget for med vårt logistikkostnadsminimeringsproblem.

For å lette forståelsen av den seinere utledningen, gir vi en oversikt over vår tilnæringsmåte i avsnitt 2. I avsnitt 3 identifiserer vi de ulike elementene i logistikkostnadene og formulerer logistikkostnadsminimeringsproblemet. Løsningen på problemet er flyttet til Vedlegg 2, ettersom vi faktisk ikke trenger den til å utlede tids- og pålitelighetsverdiene. Avsnitt 4 utleder tids- og pålitelighetsverdiene og diskuterer implementering.

2 Oversikt

Vi betrakter et enkelt, men ikke utypisk tilfelle, der varer skal leveres fra et produksjons- eller importsted A til et utsalgssted B. Transporten kan foregå med bil hele vegen, eller vi kan ha transport på en hovedstrekning med et hvilket som helst transportmiddel og distribusjonskjøring med bil i begge ender. Med hyppige transporter vil vi ha gjennomsnittlig lavt lagerhold, små sendingsstørrelser, men likevel høye kostnader forbundet med sendingene, fordi det finnes elementer av faste kostnader pr. sending. Omvendt vil sjeldne leveringer gi store sendingsstørrelser og gjennomsnittlige lagre.

Det er vanlig bedriftsøkonomi i et slikt tilfelle å minimere summen av lagerkostnader og kostnadene som er faste pr. sending (ordrekostnader). Transportkostnadene i sin helhet regnes å påløpe pr. tonn, og dermed er de irrelevante for kostnadsminimeringsproblemet så lenge etterspørselen i tonn pr. år er konstant. Resultatet av kostnadsminimeringen er en viss sendingsstørrelse og sendingshyppighet og et visst gjennomsnittlig lager.

Et nærmere blikk på transportkostnadene viser imidlertid at ikke alle kostnader påløper pr. tonn. De transportkostnadene som påløper pr. tonn er laste- og lossekostnader ved terminalene og transportkostnaden på hovedstrekningen, forutsatt at transportøren på hovedstrekningen tilbyr en frakttariff som er pr. tonn – hvilket han bør gjøre med mindre sendingene til vår bedrift påvirker størrelsen på de kjøretøyene han må anvende eller hyppigheten av avgangene. Disse kostnadene kan altså utelates fra bedriftens kostnadsminimeringsproblem. Bildet blir imidlertid annerledes for de etappene av transporten der sendingsstørrelsen kan påvirke valg av kjøretøystørrelse, Det gjelder distribusjonskjøringen, og det gjelder hele transporten dersom den foregår dør til dør og uten samlastning med andre sendinger.

Anta at det finnes en minste og en største tilgjengelig kjøretøystørrelse (kjøretøykapasitet). Da vil kostnaden ved å bruke det minste kjøretøyet være en kostnad som påløper pr. sending, altså en del av ordrekostnaden, og høyst relevant for kostnadsminimeringsproblemet. Kostnaden ved å gå opp i kjøretøystørrelse er

også relevant, og vi må nå ta med valg av kjøretøystørrelse som en valgvariabel i kostnadsminimeringsproblemet. Dette er vist i avsnitt 3. Når de relevante transportkostnadene er inkludert i problemet, velger bedriften sendingsstørrelse og kjøretøykapasitet for å minimere logistikkostnadene under de gitte bibetingelsene, som er at sendingsstørrelsen ikke kan overstige kapasiteten til det største tilgjengelige kjøretøyet, at kjøretøystørrelsen må ligge mellom et minimum og et maksimum, og at årlig transportkapasitet minst må kunne dekke årlig etterspørsel.

Nå må vi ta hensyn til usikkerhet. Ledetida er tida fra en ny sending blir bestilt til de nye varene er tilgjengelige for kundene. Anta at ledetida er usikker. Forsinkelser i transporten er en del av usikkerheten til ledetida. Anta videre at også etterspørselen pr. tidsenhet er usikker. Når både ledetida og etterspørselen er usikker, blir naturligvis også etterspørselen i ledetida usikker. Skal nå bedriften tilpasse seg rasjonelt, må den vite (eller anta) noe om sannsynlighetsfordelinga til etterspørselen i ledetida. Det kan vises (Hadley og Whithin (1963), exercise 3.12) at etterspørselen i ledetida har følgende forventning og varians:

$$(A1.1) \quad \mu_L = \mu_D \mu_T$$

$$(A1.2) \quad \sigma_L^2 = \mu_T \sigma_D^2 + \mu_D^2 \sigma_T^2$$

der μ_D og σ_D er henholdsvis forventning og varians til etterspørselen pr. time, μ_T og σ_T er forventning og varians til ledetida, og μ_L og σ_L er forventning og varians til etterspørselen i ledetida. Under ellers like forhold vil lengre transport gi lengre ledetid. Likning (A1.2) viser derfor at jo lengre transporttida er, jo mer bidrar etterspørselens varians til variansen til etterspørselen i ledetida. Samtidig ser vi at forventet etterspørsel vil være avgjørende for hvor sterkt variansen til ledetida virker. Som vi skal se, vil sannsynlighetsfordelingen til etterspørselen i ledetida bestemme størrelsen på lageret og mankokostnadene i optimum. Et tiltak som reduserer variansen til transporttida vil følgelig virke ulikt på bedrifter med ulik etterspørsel og ulike transportavstander. Antar vi normalfordelt etterspørsel i ledetida, er (A1.1) og (A1.2) alt vi trenger å vite om sannsynlighetsfordelingen.

Mens vi i det deterministiske tilfellet åpenbart burde vente med å plassere en ny bestilling til lageret var akkurat så stort at det dekket etterspørselen i ledetida, må vi i det stokastiske tilfellet ha en ny valgvariabel. Vi antar at det er ordrepunktet R , dvs. den lagerposisjonen som utløser bestilling av en ny ordre. Hvis det velges en liten R , vil sannsynligheten for manko¹ i ledetida være høy (og høyere jo større σ_L er), mens stor R gir høye gjennomsnittlige lagerholdskostnader. Forskjellen mellom R og forventet etterspørsel i ledetida er sikkerhetslageret.

Vi må nå føye ytterligere noen elementer til i de kostnadene som skal minimeres, nemlig kostnaden ved å holde sikkerhetslager og den forventede mankokostnaden pr. år. I dette, som i alt annet bortsett fra transportkostnadene, følger vi standard lagerstyringsteori, som i Hadley og Whithin (1963). Bedriftens problem er å

¹ Manko oppstår i det en kunde etterspør en vare som ikke finns på lager. På svensk kalles det leveransbrist, på engelsk stock out. Mankokostnader heter på svensk bristkostnader.

minimere alle de relevante logistikkostnadene med hensyn på sendingsstørrelse, kjøretøystørrelse for distribusjonskjøringa og ordrepunkt R . Bibetingelsene er de samme som i det sikre tilfellet.

Åpenbart blir det optimale sikkerhetslageret og mankokostnadene større jo større σ_L er. Et tiltak som reduser forventning og varians til transporttida vil altså redusere disse samfunnsøkonomisk relevante kostnadselementene. Virkningen vil være forskjellig alt etter hvilken distanse bedriften transporterer over og hvor stor og usikker etterspørselen er.

I Vedlegg 2 har vi løst bedriftens kostnadsminimeringsproblem i tilfellet med transportkostnader, valg av kjøretøystørrelse og usikker etterspørsel i ledetida. Løsningen, logistikkostnadsfunksjonen, tror vi kan ha en bred anvendelse når det gjelder å forklare lokalisering, valg av leverandører, muligheten for å praktisere just-in-time-politikk osv. For eksempel framgår det at øvre og nedre grense for kjøretøystørrelsen begge har betydning for om det finns stordriftsfordeler eller ikke. I avsnitt 4 i det foreliggende vedlegget skal vi imidlertid konsentrere oss om å bruke denne modellen til å utlede tidsverdier og pålitelighetsverdier for nytte-kostnadsanalyse.

Vi vil nå anta at ledetida er sammensatt av transporttida t_i på n delstrekninger pluss en del T_0 av ledetida som ikke består av transport. Vi antar at alle disse elementene er stokastiske variable som er uavhengige av hverandre. Således er $\mu_T = \sum_i Et_i + ET_0$ og $\sigma_T^2 = \sum_i \text{var } t_i + \text{var } T_0$.

Betrakt et tiltak på en av delstrekningene. Det kan være en innkorting av vegen eller et hvilket som helst annet tiltak som påvirker forventningen Et_i eller variansen $\text{var } t_i$ til transporttida på denne delstrekningen. Hvilken virkning vil det ha på de forventede gjennomsnittlige årlige logistikkostnadene til vår bedrift?

For å finne ut det, deriverer vi logistikkostnadsfunksjonen med hensyn på strekningens lengde a_i , forventede transporttid Et_i og transporttidsvariens $\text{var } t_i$, idet vi tar hensyn til at a_i og Et_i opptrer direkte som parametere i logistikkostnadsfunksjonen, mens Et_i også er et element i μ_T , og derfor i μ_L og σ_L (likning (A1.1) og (A1.2)). Variansen til transporttida på strekning i , $\text{var } t_i$, opptrer bare i logistikkostnadsfunksjonen som et element i σ_T og følgelig i σ_L (likning (A1.2)).

Kaller vi logistikkostnadsfunksjonen K^* , beregner vi altså differensialet

$$(A1.3) \quad dK^* = \frac{\partial K^*}{\partial a_i} da_i + \frac{\partial K^*}{\partial Et_i} dEt_i + \frac{\partial K^*}{\partial \text{var } t_i} d \text{var } t_i$$

Vi deler resultatet på forventet antall turer pr. år for å finne kostnadsendringen pr. tur. Vi kommer da fram til følgende:

1. Verdien av en innspart kilometer på distribusjonsstrekningen eller ved dør-til-dør-transport er den kilometeravhengige transportkostnaden for det optimale kjøretøyet på vedkommende strekning. Ved kombinert transport med en hovedstrekning er verdien av en innspart kilometer på hovedstrek-

ningen lik den kilometeravhengige transportkostnaden multiplisert med sendingens andel av hele lasta.

2. Verdien av en spart transporttime (*VOT*) er kostnaden ved å leie og bemanne det optimale (distribusjons-)kjøretøyet i en time (eller, for hovedstrekningen, de tidsavhengige transportkostnadene multiplisert med sendingens andel av hele lasta), *pluss* sendingens verditap pr. transporttime og kostnaden ved å binde kapital i varer under transport i en time, *pluss* kostnaden ved den økte usikkerheten som en ekstra transporttime medfører. Dette tredje leddet i tidsverdien *VOT* er $V \cdot (\sigma_D / \mu_D)^2$, der *V* er definert nedenfor.
3. Kall tetthetsfunksjonen til den standardiserte normalfordelingen $f(\cdot)$ og den kumulative sannsynlighetsfunksjonen for samme $F(\cdot)$. Kall varens pris pr. tonn p , varens vekt i tonn v , lagerholdskostnaden pr. krone vare og time h , engangskostnaden pr. mankotilfelle π og mankokostnaden pr. time $\tilde{\pi}$. Verdien av en marginal reduksjon i *standardavviket* til transporttida, *VOR*, er

$$(A1.4) \quad \text{der} \quad \text{VOR} = 2\sigma_T V$$

$$V = \frac{1}{2} \left[\pi \frac{\mu_D}{\sigma_L} f\left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) + (pvh + \tilde{\pi}) \left(1 - F\left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L}\right)\right) \right] \mu_D$$

(A1.4) er et uttrykk for reduksjonen i de usikre kostnadselementene når bedriften i utgangspunkt har tilpasset seg optimalt, men deretter opplever en liten reduksjon i usikkerheten i transporttida. I utgangspunktet gjelder (A1.4) bare distribusjonskjøring eller dør til dør med bil, men dersom pris er lik marginalkostnad på hovedstrekningen og frekvensen der ikke er noe problem for kundene, vil formelen også gjelde for hovedstrekningen ved kombinert transport.

Et tiltak som reduserer transportdistansen vil som regel også redusere forventet transporttid, og et tiltak som reduserer forventet transporttid vil som regel også redusere transporttidens varians. Ofte vil vi derfor få bruk for alle de tre enhetsverdiene når vi skal beregne den samfunnsøkonomiske lønnsomheten av tiltaket, og vi trenger å supplere våre enhetsverdier med en teori om da_i , dEt_i og $dvar_t_i$ og hvordan de henger sammen – en teori om forsinkelser.

Tilsynelatende er (A1.4) ubrukbar, for vi vil sjelden kjenne engangskostnaden ved manko π eller mankokostnaden pr. time $\tilde{\pi}$ – i hvert fall ikke med noen grad av nøyaktighet. Men hvis vi kan anta at enten π eller $\tilde{\pi}$ er null, kan den andre uttrykkes ved hjelp av to vanlige leveringsdyktighetsindikatorer. La S_1 være forventet antall leveringsperioder pr. år der manko ikke forekommer, og la S_2 være andelen av salg som kan effektueres fra lager. Setter vi nå $\pi = 0$, får vi

$$(A1.5) \quad V = \frac{1}{2} pvh \mu_D \frac{(1 - S_1)}{(1 - S_2)}$$

Her er V proporsjonal med $pvh\mu_D$, kostnaden ved å holde en times forventet salg på lager, og en faktor som involverer de to leveringsdyktighetsindikatorerne. Bedriften vil velge en av disse som leveringsdyktighetskriterium, og fordi vi har tillagt antall forekomster av manko null kostnad da vi satte $\pi = 0$, skal vi anta at det er S_1 . S_2 kan da enkelt beregnes. En tilsvarende formel får vi om vi antar $\tilde{\pi} = 0$ og bruker S_2 som kriterium.

Avsnitt 4 viser til slutt hvordan forenklingen ved å sette enten π eller $\tilde{\pi}$ til null kan brukes til å finne data til å evaluere VOR og VOT. Som når det gjelder stated preference-undersøkelser, vil vi også med vår metode trenge data fra bedriftsundersøkelser, og VOR og VOT vil variere mye fra bedrift til bedrift og fra varestrøm til varestrøm. Forskjellen er at i stated preference-undersøkelser vil en stor del av variasjonene bli å betrakte som uobserverbare forskjeller, mens vi med vår metode trolig vil kunne forklare en del av årsakene til forskjellene.

3 Elementene i logistikkostnaden

Betrakt en forsyningskjede hvor en vare regelmessig skal anskaffes fra én enkelt kilde og selges på ett enkelt utsalgssted. For hver enkelt sending vil transporttida være usikker, og det er også usikkerhet om etterspørselen i korte tidsrom. Men hvis etterspørselen er generert av en stasjonær stokastisk prosess, kan årlig etterspørsel være så mye sikrere at vi kan betrakte den som gitt. Antall sendinger vil likevel variere fra år til år, siden sendingene som regel ikke vil falle på samme dato hvert år. Over en periode på mange år vil det finnes en gjennomsnittlig årlig kostnad ved å drive denne operasjonen, og vi vil anta at beslutningstakeren (vareeieren) har som mål å minimere den. Den gjennomsnittlige årlige kostnaden består av transportkostnader, kostnader ved å behandle hver ordre (ordrekostnader), lagerholdskostnader – inkludert kostnaden ved å holde et sikkerhetslager som vern mot den usikre etterspørselen i ledetida – og mankokostnader.

Det vi er interessert i er samfunnsøkonomiske kostnader, men foreløpig kan vi anta at de samsvarer med de bedriftsøkonomiske kostnadene slik beslutningstakeren opplever dem. Upålitelig transport gir høye sikkerhetslagre, høye mankokostnader og problemer med å tillemppe en just-in-time-politikk. Upålitelig transport vil også få transportselskapet til å legge inn sikkerhetsmarginer i sitt tilbud til vareeieren, og dermed øke transportkostnadene. Bortsett fra dette vil de store talls lov likevel medføre at transportkostnadene pr. sending kan bygge på forventet transporttid.

3.1 Transportkostnader

Vi skiller mellom dør-til-dørtransport og kombinert transport. I tilfellet med kombinert transport vil vi anta at fraktprisen på hovedstrekningen er gitt som P kroner pr. tonn. Vi antar også at frekvensen på hovedstrekningen er høy nok til at den ikke begrenser vareeierens valg av sendingsstørrelse. Når det gjelder dør-til-dørtransport eller distribusjonskjøringsdelen av kombinerte transport, vil vi anta

at det finns et perfekt marked for transporttjenester. Det innebærer null profitt til transportselskapet. I tillegg innebærer det at innafor visse grenser kan vareieren alltid leie den kjøretøystørrelsen som passer best til oppdraget, dvs. at det finnes et kontinuerlig intervall $[C_{\min}, C_{\max}]$ av kjøretøystørrelser. Videre innebærer det at i den tida kjøretøyene ikke har transportoppdrag for vår bedrift, vil de være fullt ut engasjert i andre oppdrag som også bringer inn null profitt.² Endelig innebærer det at vi kan stole på at transportselskapet driver effektivt og holder snutider og annen uproduktiv tid nede på et minimum. Kjøretøyene som er engasjert i vår forsyningskjede, antas å ikke plukke opp eller transportere annet gods på samme tur. Vi antar altså at de går tomme tilbake.

Vi definerer følgende parametere:

x forventet årlig etterspørsel i tonn

\bar{t} forventet transporttid en veg, i timer

u snutid og annen uproduktiv tid pr. rundtur, i timer

a transportavstand én veg, i kilometer

t_l samlet forventet lasse- og lossetid pr. tonn, i timer

k distanseavhengige kostnader pr. kilometer

i kjøretøyets kapitalkostnad pr. time

η antall forretningstimer pr. år.

Alle disse parametrene er strengt positive og gjelder distribusjonskjøringen eller tilfellet med dør-til-dørtransport. Når det trengs, vil vi bruke fotskrifter på parametrene for å betegne lenke eller transportetappe.

Valgvariablene, som også gjelder distribusjonskjøringen eller dør-til-dørtransport, vil være en eller flere av de følgende:

Q sendingsstørrelse i tonn

C kjøretøystørrelse (kjøretøyets kapasitet) i tonn

Y maksimal årlig transportkapasitet i tonn

N forventet antall kjøretøy (eller anvendte kjøretøytimer pr. time)

F frekvens, dvs. antall rundturer pr. time.

Vi vil anta to lineære sammenhenger. Bortsett fra de andre forutsetningene og verdiene på de eksogene variablene, er det disse sammenhengene som utgjør det empiriske innholdet i modellen. For det første antar vi en lineær sammenheng mellom kjøretøystørrelsen C og kilometerkostnaden k :

$$(A1.6) \quad k = k_0 + k_1 C$$

² Hvis det koster noe å kjøre kjøretøyet i posisjon til å begynne oppdraget, kan denne kostnaden inkluderes i den faste ordekostnaden pr. sending.

der k_0, k_1 er positive konstanter. Vi ser med andre ord bort fra at farta påvirker kilometerkostnadene. For det andre er det en sammenheng mellom kjøretøystørrelsen og kapitalkostnaden pr. time:

$$(A1.7) \quad i = i_0 + i_1 C$$

der i_0, i_1 er konstanter. For en gitt kjøretøytype vil trolig begge de to sammenhengene ha et godt empirisk belegg.

Forventet rundturtid er $2\bar{t} + u + t_l Q$. To identiteter vil gjelde, nemlig $Y = \eta FC$ og $N = (2\bar{t} + u + t_l Q)F$. Den andre gjelder sjøl om antall kjøretøy må være et helt tall, fordi den uproduktive tida u vil måtte tilpasse seg. Men under våre forutsetninger om et perfekt marked for transporttjenester kan vi trygt anta at N er kontinuerlig, siden kjøretøyene kan engasjeres for akkurat den tida de trengs. Siden transporttida er usikker, må antall kjøretøyer økes i forhold til det sikre tilfellet for å gardere mot at forsinkelser skal medføre negative konsekvenser for de seinere transportoppdragene. Vi antar det er gjort i form av at en slakk er lagt inn i u . Vi kan også gå ut fra at ingen unødvendige turer vil bli foretatt, så $\eta F = xQ^{-1}$. Vi bruker denne sammenhengen til å eliminere F , slik at identitetene kan skrives:

$$(A1.8) \quad Y = C \frac{x}{Q}$$

$$(A1.9) \quad \eta N = (2\bar{t} + u) \frac{x}{Q} + t_l x$$

Likning (A1.8) viser at hvis Q skal være en av valgvariablene, kan den andre være Y eller C , men vi har ikke bruk for begge. På liknende vis gir (A1.9) en mulighet til å eliminere N som valgvariabel. Vi velger (Q, Y) som våre valgvariable. Begge er strengt positive.

La w være mannskapskostnaden (sjåførkostnaden) pr. time, oppjustert med andelen betalte timer i forhold til effektive timer på vegen. Timekostnaden for å leie kjøretøyet er da $w + i_0 + i_1 C$. La kostnaden pr. time for å leie laste- og lossekapasitet være w_l . Den gjennomsnittlige årlige transportkostnaden K_T består av distanseavhengige kostnader, tidsavhengige kostnader og kostnaden ved å leie laste- og lossekapasitet for den tida som trengs. I dør-til-dørtilfellet gir dette

$$K_T = (k_0 + k_1 C) 2a \frac{x}{Q} + (w + i_0 + i_1 C) (2\bar{t} + u + t_l Q) \frac{x}{Q} + w_l t_l x =$$

$$\left[2k_0 a + (w + i_0) (2\bar{t} + u) \right] \frac{x}{Q} + i_1 t_l Q Y + (w + i_0 + w_l) t_l x + \left[2k_1 a + i_1 (2\bar{t} + u) \right] Y$$

der (A1.9) er brukt i første linje for å eliminere N og (A1.8) i andre linje for å erstatte C med Y . Det vil aldri lønne seg å bruke større kjøretøyer enn strengt tatt nødvendig, så vi kan anta at $Y = x$ (og dermed $C = Q$) hvis $Q \in [C_{\min}, C_{\max}]$, og $Y = C_{\min} x/Q$ hvis $Q \leq C_{\min}$.

I tilfellet med kombinert transport lar vi etappe 1 være den første distribusjons-etappen, etappe 2 være hovedstrekningen og etappe 3 den siste distribusjons-etappen. Kostnaden i forbindelse med hovedstrekningen (inkludert en ekstra lasting og lossing) vil være Px , som blir å legge til det tredje leddet i transportkostnaden K_T ovenfor i tilfellet med kombinert transport. Sendingsstørrelsen og gjennomsnittlig antall sendinger pr. år vil være de samme for begge distribusjons-etappene, slik at C og Y er de samme på begge etapper. Antall kjøretøy i bruk på hver av distribusjonsetappene kan imidlertid være forskjellig, ettersom det avhenger av \bar{t} og u . Indekser de relevante variablene med etappennummer, og la etappe 1 være eneste etappe i tilfellet dør-til-dør. La δ være 1 i tilfellet med kombinert transport og 0 ellers. Gjennomsnittlig årlig transportkostnad kan da skrives:

$$(A1.10) \quad K_T = \left\{ 2k_0(a_1 + \delta a_3) + (w + i_0) \left[2(\bar{t}_1 + \delta \bar{t}_3) + (u_1 + \delta u_3) \right] \right\} \frac{x}{Q} \\ + \{i_1 t_1\} QY + \{(w + i_0 + w_l)t_l + \delta P\}x \\ + \left\{ 2k_1(a_1 + \delta a_3) + i_1 \left[2(\bar{t}_1 + \delta \bar{t}_3) + (u_1 + \delta u_3) \right] \right\} Y$$

Bare kostnaden for det minste mulige kjøretøyet er en kostnad pr. sending. Ut over det avhenger kostnadene av årlig etterspørsel og kjøretøystørrelsen. Det er derfor bare riktig å anta en fast transportkostnad pr. sending hvis kjøretøystørrelsen ikke kan velges, og bare riktig å anta en fast transportkostnad pr. tonn hvis kostnaden på hovedstrekningen er mye større enn kostnaden på distribusjonsetappene.

3.2 Ordrekostnader og lagerholdskostnader, ingen usikkerhet

Vi trenger følgende priser, enhetskostnader og rater:

b ordrekost pr. sending, unntatt eventuelle transportkostnader pr. sending

p pris pr. tonn av varen, free-on-board

H lagerholdskostnad ved det stasjonære lageret pr. krone vare og år

J lagerholdskostnad ved det mobile lageret pr. krone vare og år

ε er lik $\frac{x}{m}$, der m er produksjonstakten på opphavsstedet, $m \geq x$.

Ordrekostnaden b inkluderer eventuelle faste kostnader ved å produsere varene som skal sendes (kostnader ved å stille om maskinene) eller ved å leie inn transporttjenester, pluss administrative kostnader knyttet til ordrebehandlingen. Fra et samfunnsøkonomisk synspunkt er dette relevante kostnader, og vi vil anta at også vareeieren vil måtte ta dem inn over seg.

Forventet årlig kostnad ved å holde det stasjonære lageret vil være $\frac{1}{2} pH(1 + \varepsilon)Q$.

Dette omfatter både lageret ved opphavsstedet og ved utsalgsstedet. Hvis produksjonen ikke tar tid (import) og er godt koordinert med utskipingen, behøver det ikke være noe lager på opphavsstedet. Dette er tilfellet $m = \infty$. Men hvis omvendt

produksjonen foregår i samme takt som etterspørselen, vil gjennomsnittlige lagre på opphavsstedet og utsalgsstedet være like store. Variabelen ε er følgelig mellom 0 og 1. H inkluderer kapitalkostnaden, variable lagerkostnader og tidsavhengig verdiforringelse.

Det mobile lageret er proporsjonalt med årlig etterspørsel og gjennomsnittlig transporttid. Kostnaden ved å holde varer under transport er ikke den samme som H , for på den ene sida finns det ingen lagerbygning, og på den andre sida kan det godt være høyere kostnader knyttet til verdifall og skade på godset. Den mobile lagerholdskostnaden kan skrives $pJ\eta^{-1}(\bar{t} + t_l Q)x$.

3.3 Sikkerhetslager og mankokostnader

Så langt har vi oppgitt kostnader og volumer i tonn. Når vi kommer til sikkerhetslageret og mankokostnadene, er det riktigere å betrakte vareenheter i stedet. Vi definerer derfor:

g forventet årlig etterspørsel i vareenheter
 v vekt i tonn pr. vareenhet

Vi har altså at prisen pr. vareenhet er pv og forventet årlig etterspørsel i vareenheter er $g = x/v$.

Anta at varene etterspørres én om gangen. Etterspørselen er generert av en stasjonær stokastisk prosess, og etterspørsel pr. forretningstime er normalfordelt med forventning μ_D ($\mu_D = g\eta^{-1}$) og standardavvik σ_D .

Ledetida er tida fra en ny sending bestilles til varene er tilgjengelige i hyllene eller på lager. Transporttida er en del av ledetida. Ledetida er stokastisk, og forsinkelser under transport er en del av denne usikkerheten. Forventet ledetid er μ_T og standardavviket er σ_T . Når etterspørsel og ledetid er stokastiske, er etterspørselen i ledetida også stokastisk. Vi antar etterspørsel i ledetida er normalfordelt med forventning μ_L og standardavvik σ_L . Under disse forutsetningene gjelder likning (A1.1) og (A1.2).

Anta at lageret overvåkes kontinuerlig, slik at en ny bestilling kan foretas straks lagerposisjonen når et gitt nivå. Vi tillater at det oppstår manko (dvs. at varen ikke finnes på lager når kunden vil kjøpe), og at kunden i så fall er villig til å vente til varen kan leveres. Men i slike tilfeller oppstår det en mankokostnad pr. manko-tilfelle og pr. time som mankoen varer. Fra et samfunnsøkonomisk synspunkt er dette hovedsakelig kundens kostnader ved å måtte vente, men fra bedriftens synspunkt innebærer mankokostnadene i hovedsak tapt goodwill. Bedriften avveier mankokostnadene mot kostnadene ved å holde lager ved å fastlegge et ordrepunkt R , slik at straks lagerposisjonen (dvs. lagernivået på utsalgsstedet pluss senderinger undervegs minus kjøp som ennå ikke er effektivert) når nivået R , blir en ny sending bestilt. R (målt i vareenheter) er da en ny valgvariabel i bedriftens kostnadsminimeringsproblem, og vi sier at bedriften følger en (Q, Y, R) -politikk. R

kan være et hvilket som helst reelt tall, eventuelt også et negativt tall, hvilket innebærer at bedriften samler opp kundens bestillinger inntil de er så mange at det forsvarer en ny sending.

Det byr på visse teoretiske problemer å behandle stokastisk ledetid ordentlig, og for å redusere dem vil vi anta at sendingene ankommer i samme rekkefølge som de blei bestilt.

Vi har bruk for tre størrelser, I , E og B . I er gjennomsnittlig nivå (i vareenheter) på det fysiske eksisterende lageret på utsalgsstedet (dvs. fysisk eksisterende lager minus mobilt lager og lager på opphavsstedet). E er gjennomsnittlig antall kjøp pr. år som ikke kan effektueres straks (backorders), og B er forventet antall slike ikke effektuerte salg på et hvilket som helst tilfeldig tidspunkt. Disse variablene er funksjoner av antall varer pr. sending Q/v og av R . E er interessant hvis det finnes en mankokostnad pr. gang, og B er interessant hvis det finns en mankokostnad pr. tidsenhet. I kapittel 4 i Hadley og Whithin (1963) blir det vist at, med en mindre og stort sett ubetydelig forenkling, vil følgende gjelde (x og Q er målt i tonn):

$$(A1.11) \quad \begin{aligned} E &= E(Q, R) = x \cdot Q^{-1} \alpha(R) \\ B &= B(Q, R) = v Q^{-1} \beta(R) \\ I &= \frac{1}{2} \frac{Q}{v} + R - \mu_L + B(Q, R) \end{aligned}$$

der

$$(A1.12) \quad \begin{aligned} \alpha(R) &= \sigma_L \left[f\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right) - \frac{R - \mu_L}{\sigma_L} \left(1 - F\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right)\right) \right] \\ \beta(R) &= \frac{1}{2} \sigma_L^2 \left[\left(1 + \left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right)^2\right) \left(1 - F\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right)\right) - \frac{R - \mu_L}{\sigma_L} f\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right) \right] \end{aligned}$$

I (A1.12) er $f(\cdot)$ tetthetsfunksjonen til den standardiserte normalfordelingen, og $F(\cdot)$ er den kumulative sannsynlighetsfunksjonen til den standardiserte normalfordelingen. Vi vil trenge de deriverte av $\alpha(R)$ og $\beta(R)$, og siden $F'(x) = f(x)$ og $f'(x) = -xf(x)$, har vi:

$$(A1.13) \quad \begin{aligned} \alpha'(R) &= (-1) \left(1 - F\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right)\right) \\ \beta'(R) &= -\alpha(R) \end{aligned}$$

Begge funksjoner er monotont avtakende, og siden begge går mot 0 når R går mot uendelig, er de positive overalt.

Lar vi π og $\hat{\pi}$ være henholdsvis kostnaden pr. mankotilfelle og kostnaden pr. år og mankotilfelle, vil mankokostnadene være $\pi E(Q, R) + \hat{\pi} B(Q, R)$. Ifølge (A1.11) vil ekstra lager – målt i vareenheter – i forhold til det deterministiske

tilfellet være $R - \mu_L + B(Q, R)$, med enhetspris $p\nu$. Mankokostnadene og de ekstra lagerkostnadene må nå føyes til den deterministiske logistikkostnaden for å ta hensyn til at etterspørsel og ledetid er usikre. Vi er da klar til å legge sammen transportkostnadene, ordrekostnadene, lagerholdskostnadene og mankokostnadene til en samlet gjennomsnittlig årlig logistikkostnad K i det usikre tilfellet. Den blir:

$$K = K_T + (b + \pi\alpha(R))\frac{x}{Q} + (p\nu H + \hat{\pi})\beta(R)\frac{v}{Q} + pJ\eta^{-1}(1 + \delta)t_l Qx + \frac{1}{2}pH(1 + \varepsilon)Q + pJ\eta^{-1}(\bar{t}_1 + \delta(\bar{t}_2 + \bar{t}_3))x + p\nu H(R - \mu_L)$$

eller

$$K = [\gamma_1 + \psi(R)]\frac{x}{Q} + \gamma_2 Qx + \gamma_3 QY + \gamma_4 Q + \gamma_5 x + \gamma_6 Y + p\nu H(R - \mu_L)$$

$$\gamma_1 = 2k_0(a_1 + \delta a_3) + (w + i_0)[2(\bar{t}_1 + \delta\bar{t}_3) + (u_1 + \delta u_3)] + b$$

$$\gamma_2 = pJ\eta^{-1}(1 + \delta)t_l$$

$$(A1.14) \gamma_3 = i_1 t_l$$

$$\gamma_4 = \frac{1}{2}pH(1 + \varepsilon)$$

$$\gamma_5 = (w + i_0 + w_l)t_l + \delta P + pJ\eta^{-1}(\bar{t}_1 + \delta(\bar{t}_2 + \bar{t}_3))$$

$$\gamma_6 = 2k_1(a_1 + \delta a_3) + i_1[2(\bar{t}_1 + \delta\bar{t}_3) + (u_1 + \delta u_3)]$$

$$\psi(R) = \pi\alpha(R) + (p\nu H + \hat{\pi})g^{-1}\beta(R)$$

Med unntak av transportkostnadene og lagerkostnadene under transport er K et helt vanlig uttrykk for de gjennomsnittlige årlige logistikkostnadene, i tradisjonen etter Hadley og Whithin (1963).

Beslutningstakerens problem er å minimere logistikkostnadene under bibetingelsene $C_{\min} \leq C \leq C_{\max}$ og $Y \geq x$. Ved å bruke (A1.8) kan problemet skrives:

$$(A1.15) \quad \begin{aligned} & \text{Max}_{Q,Y,R} -K \\ & \text{s.t. } -QY \leq -C_{\min}x \quad (\lambda_1) \\ & \quad QY \leq C_{\max}x \quad (\lambda_2) \\ & \quad -Y \leq -x \quad (\lambda_3) \end{aligned}$$

Q og Y forutsettes å være strengt positive, mens det ikke behøver å gjelde for R .

Bolzano-Weierstrassteoremet sier at en kontinuerlig funksjon på en ikke tom kompakt mengde oppnår et maksimum og et minimum der. Eksistensen av en løsning på problemet er sikret etter Bolzano-Weierstrassteoremet hvis vi kan anta at det finnes en strengt positiv minste sendingsstørrelse, siden det vil gjøre mulighetsområdet kompakt. Løsningen på problemet finnes i Vedlegg 2.

4 Tidsverdier og pålitelighetsverdier

La transportdistansene $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ være ikke-stokastiske, og la $\mathbf{t} = (t_1, t_2, t_3)$ være den stokastiske transporttida på de tre transportetappene, med forventning $\bar{\mathbf{t}} = (\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3)$ og varians $\mathbf{vart} = (\text{var } t_1, \text{var } t_2, \text{var } t_3)$. Vi antar at de tre t_i er stokastisk uavhengige. Hvilken virkning har det på K^* om det skjer en marginal endring i transportdistansen, forventet transporttid og variansen til transporttida på en av etappene, f.eks. etappe i ?

For å svare på det trenger vi å klargjøre forholdet mellom transporttid og ledetid. I logistikkostnadsminimeringsproblemet behandlet vi forventet ledetid μ_T og standardavviket til ledetida, σ_T , som parametre som inngikk i μ_L og σ_L (likning A1.6 og A1.7). Dermed så vi bort fra at Q har en virkning på μ_L og σ_L gjennom laste- og lossetida. Hvis vi ikke hadde gjort det, ville problemet vårt ha blitt svært mye mer komplisert. Vi beholder denne forenklingen og definerer ledetida T ved

$$(A1.16) \quad T = \sum_i t_i + T_0$$

der T_0 er alle elementer i ledetida som ikke har med transport å gjøre, inklusive lasting og lossing. Vi antar at alle t_i og T_0 er stokastisk uavhengige. Følgelig:

$$(A1.17) \quad \begin{aligned} \mu_T &= \sum_i \bar{t}_i + ET_0 \\ \sigma_T^2 &= \sum_i \text{var } t_i + \text{var } T_0 \end{aligned}$$

Som tidligere anmerket har vi også at $\mu_D = g\eta^{-1}$. Med disse klargjøringene kan vi vende tilbake til vår problemstilling. Ved omhyllingssetningen er den deriverte av logistikkostnadsfunksjonen med hensyn på en parameter θ lik den deriverte av Lagrangefunksjonen evaluert i optimumspunktet (Q^*, Y^*, R^*) . De parametrene som interesserer oss her er a_i , \bar{t}_i , μ_L og σ_L . Ingen av dem forekommer i bibetingelsene. Vi beregner først den deriverte av kostnadsfunksjonen med hensyn på μ_L . Ved (A1.12), (A1.13) og (A1.14) får vi:

$$\frac{\partial K^*}{\partial \mu_L} = \left[\pi x \left(1 - F \left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L} \right) \right) + (pvH + \hat{\pi}) v \alpha(R^*) \right] \frac{1}{Q^*} - pvH$$

Men ved (A2.4) i Vedlegg 2 har vi,

$$(A1.18) \quad \frac{\partial K^*}{\partial \mu_L} = 0$$

Når vi tar hensyn til det, forenkles uttrykkene for de totalderiverte av logistikkostnadsfunksjonen med hensyn på a_i , \bar{t}_i and $\text{var } t_i$ til

$$(A1.19) \quad \frac{dK^*}{da_i} = \frac{\partial K^*}{\partial a_i}$$

$$(A1.20) \quad \frac{dK^*}{d\bar{t}_i} = \frac{\partial K^*}{\partial \bar{t}_i} + \frac{\partial K^*}{\partial \sigma_L} \frac{\partial \sigma_L}{\partial \mu_T} \frac{\partial \mu_T}{\partial \bar{t}_i}$$

$$(A1.21) \quad \frac{dK^*}{d \text{ var } t_i} = \frac{\partial K^*}{\partial \sigma_L} \cdot \frac{\partial \sigma_L}{\partial \sigma_T} \cdot \frac{\partial \sigma_T}{\partial \text{ var } t_i}$$

For $i = 1, 3$ gir likning (A1.19), omhyllingssetningen og likning (A1.8):

$$(A1.22) \quad \frac{dK^*}{da_i} = (k_0 + k_1 C^*) \frac{2x}{Q^*}$$

Ved omhyllingssetningen har vi på samme vis

$$(A1.23) \quad \frac{\partial K^*}{\partial \sigma_L} = \left[\pi x f \left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L} \right) + (pvH + \hat{\pi}) \sigma_L v \left(1 - F \left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L} \right) \right) \right] \frac{1}{Q^*}$$

Det viser seg å være hensiktsmessig å uttrykke (A1.23) ved hjelp av V , slik den er definert i (A1.4). For å gjøre det, omgjør vi de årlige kostnadene $pH + \hat{\pi}$ og J til timekostnader ved å definere $h = H\eta^{-1}$, $j = J\eta^{-1}$ og $\tilde{\pi} = \hat{\pi}\eta^{-1}$. Likning (A1.23) kan da skrives

$$(A1.24) \quad \frac{\partial K^*}{\partial \sigma_L} = V \cdot \frac{\sigma_L}{\mu_D^2} \cdot \frac{2x}{Q^*}$$

Ved (A1.24), omhyllingssetningen og likningene (A1.2), (A1.8) and (A1.17) kan likningene (A1.20) and (A1.21) omskrives som følger i tilfelle $i = 1, 3$:

$$(A1.25) \quad \frac{dK^*}{d\bar{t}_i} = \left[(w + i_0 + i_1 C^*) + \frac{1}{2} pjQ^* + \frac{1}{2} V \cdot \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \right] \cdot \frac{2x}{Q^*}$$

$$(A1.26) \quad \frac{dK^*}{d \text{ var } t_i} = \frac{1}{2} V \cdot \frac{2x}{Q^*}$$

Likningene (A1.22), (A1.25) og (A1.26) er vårt hovedresultat. Vi ser at den marginale endringen i gjennomsnittlige årlige logistikkostnader når en av parametrene a_i , \bar{t}_i , eller $\text{var } t_i$ endrer seg, er proporsjonal med gjennomsnittlig antall enkelturer i utgangssituasjonen, $2x/Q^*$. Resultatet (A1.22) er nærmest tautologisk – marginale distanseavhengige kostnader pr. enkelttur er lik gjennomsnittlige distanseavhengige kostnader slik de er gitt i (A1.6). Ifølge (A1.25) består marginale tidskostnader pr. enkelttur av tidsavhengige transportkostnader pluss to ledd med andre tidsavhengige kostnader. Koeffisienten $1/2$ i disse leddene skyldes at bare halvparten av enkeltturene i vår modell har last. Men for turer med last er det en kostnad ved å holde varer under transport på pjQ^* pr. time, og dessuten et annet kostnadselement som ikke tidligere har vært rapportert i litteraturen. Et tilsvarende ledd opptrer i (A1.26).

En reduksjon i forventet transporttid reduserer åpenbart sannsynligheten for manko i ledetida og/eller kostnaden ved å holde sikkerhetslager for å verne seg mot manko. Det samme gjelder for en reduksjon i variansen til transporttida. Ifølge (A1.4), (A1.25) og (A1.26) er verdien for bedriften av slike forbedringer i avgjørende grad avhengig av kjennetegn ved varestrømmen på bedriftsnivå, slik som varens pris, forventet omsetningsvolum og omsetningens variabilitet osv.

Så langt gjelder resultatene bare distribusjonsetappene eller tilfellet med dør-til-dørtransport med bil. La oss nå se på en forbedring på hovedstrekningen, dvs. en endring i a_2 , \bar{t}_2 og var t_2 . Igjen kan vi bruke omhyllingssetningen. Vi ser da av (A1.14) at slike endringer påvirker logistikkostnadene på tre måter: Ved eventuelt å endre fraktraten pr. tonn P , ved den endringen i kostnaden ved å holde varer under transport som oppstår når \bar{t}_2 i γ_5 endrer seg, og endelig ved virkningen av \bar{t}_2 og var t_2 på σ_L , som inngår i $\psi(R)$. (Ved (A1.18) kan vi se bort fra virkningen på μ_L .) Virkningen av \bar{t}_2 og var t_2 på σ_L er helt lik den tilsvarende virkningen på de andre etappene, og det er heller ingen forskjell mellom etappene når det gjelder hvordan "etappetidene" \bar{t}_i i γ_5 endrer kostnaden ved å holde varer under transport. Vi kan derfor konkludere med at den eneste forskjellen mellom endringer på hovedstrekningen og endringer på de andre strekningene er at vi nå får en endring i fraktraten i stedet for endringer i de distanseavhengige transportkostnadene i (A1.22) og de tidsavhengige transportkostnadene i (A1.25). Under forutsetning av at pris er lik marginalkostnad på hovedstrekningen (eventuelt med en fast mark-up), at frekvensen på hovedstrekningen ikke endrer seg eller er høy nok til ikke å ha betydning for kunden, og at vi kan se bort fra transportselskapets gevinst ved økt pålitelighet på hovedstrekningen, kan vi dekomponere endringen i fraktraten i en distanseavhengig del, bestående av vår sendings andel av de distanseavhengige kostnadene, og en tidsavhengig del, bestående av vår sendings andel av de tidsavhengige kostnadene. Slik kan (A1.22), (A1.25) og (A1.26) anvendes også ved endringer på hovedstrekningen.

Det er hensiktsmessig å knytte begrepet 'pålitelig transport' til *standardavviket* til transporttida. Vi definerer derfor verdien av mer pålitelig godstransport, *VOR*, som endringen i logistikkostnaden pr. tur ved en marginal endring av standardavviket til transporttida. Siden det er variansen til den totale ledetida som har betydning for kostnadene, har vi:

$$(A1.27) \quad \text{VOR} = 2\sigma_T \cdot V$$

Et tiltak som endrer a_i , \bar{t}_i , eller var t_i vil i vår modell medføre endring i kostnaden pr. enkeltur og i gjennomsnittlig antall enkelturer pr. år. Det siste skyldes at sendingsstørrelsen vil endre seg. I andre sammenhenger, som godstransportmodeller, har man kanskje forutsatt at antall turer pr. år er gitt på annen måte. Det kan da være grunn til å modifisere marginalkostnadene i (A1.22), (A1.25) og (A1.26) for å ta hensyn til virkningen på antall turer på en implisitt måte. Det kan gjøres på følgende måte: Definer kostnaden pr. enkeltur G ved $G = K^*Q^*(2x)^{-1}$, dvs. årlig kostnad delt på antall enkelturer. Da har vi:

$$\frac{\partial G}{\partial a_i} = \left(\frac{\partial K^*}{\partial a_i} Q^* + K^* \frac{\partial Q^*}{\partial a_i} \right) (2x)^{-1}, \quad \frac{\partial G}{\partial \bar{t}_i} = \left(\frac{dK^*}{d\bar{t}_i} Q^* + K^* \frac{dQ^*}{d\bar{t}_i} \right) (2x)^{-1}$$

$$\frac{\partial G}{\partial \text{var } t_i} = \left(\frac{\partial K^*}{\partial \text{var } t_i} Q^* + K^* \frac{\partial Q^*}{\partial \text{var } t_i} \right) (2x)^{-1}$$

For å evaluere disse formlene kan vi bruke (A2.5), (A2.7), (A2.9) og (A2.11) i Vedlegg 2. Hver av dem gjelder for en løsningskandidat til logistikkostnadsminimeringsproblemet. I tilfelle 2 og 4 er det åpenbart ingen endring i sendingsstørrelsen, og dermed heller ikke i årlig antall turer, når a_i , \bar{t}_i eller $\text{var } t_i$ endrer seg marginalt. Følgelig gjelder resultatene ovenfor uten modifikasjon. I tilfelle 1 og 3 går vi fram slik: Vi deler logistikkostnadsfunksjonen K^* i to deler, K_1 og K_2 , der K_1 er kvadratrotleddet og K_2 er resten av funksjonen (se Vedlegg 2), og får:

(A1.28)

$$\frac{\partial G}{\partial a_i} = \begin{cases} (k_0 + k_1 C_{\min})(2 + K_2/K_1) & \text{(case 1)} \\ k_0(2 + K_2/K_1) + k_1 Q^* & \text{(case 3)} \end{cases}$$

$$\frac{\partial G}{\partial \bar{t}_i} = \begin{cases} \left[(w + i_0 + i_1 C_{\min}) + \frac{1}{2} V \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \right] (2 + K_2/K_1) + \frac{1}{2} p Q^* (j + (1 + K_2/K_1)h) & \text{(case 1)} \\ \left[(w + i_0) + V \left(\frac{\sigma_D}{\mu_D} \right)^2 \right] (2 + K_2/K_1) + i_1 Q^* + \frac{1}{2} p Q^* (j + (1 + K_2/K_1)h) & \text{(case 3)} \end{cases}$$

$$\frac{\partial G}{\partial \text{var } t_i} = \frac{1}{2} V (2 + K_2/K_1)$$

Generelt vil en økning i transportavstand, transporttida og variansen til transporttida gjøre enkeltturene dyrere av to grunner: direkte, og indirekte ved å redusere det optimale antall sendinger, hvilket gir større kjøretøy for hver sending, en viss økning i lagerholdet og en viss økning i risikoen for manko. Vi ser av (A1.28) at den indirekte virkningen er betydelig.

I den grad stated preference-undersøkelser gir høyere tidsverdier enn de tidsavhengige transportkostnadene pluss kostnaden ved å ha Q^* varer under transport, kan det forklares ved at svareren er klar over den negative effekten av stor transporttid på forsinkelser og mankokostnader, eller på behovet for sikkerhetslager for å unngå de negative effektene. Kanskje det også kan skyldes at svareren skjønner at den optimale kjøretøystørrelsen og antall sendinger vil endre seg. Alternativt kan det tenkes at betalingsvilligheten ikke tar utgangspunkt i langsiktige vurderinger slik som i vår modell, men at svareren tror seg stå overfor en sjanse til å unngå de tilfeldige negative konsekvensene av den langsiktige politikken han har valgt.

4.1 Implementeringsspørsmål

For å evaluere V kan det se ut til at vi trenger å kjenne mankokostnaden pr. tilfelle og pr. time. Siden det er vanskelig kvantifiserbare størrelser, vil vi enten anta at $\pi = 0$ eller at $\tilde{\pi} = 0$. Den gjenværende mankokostnaden kan da uttrykkes som en funksjon av to leveringsdyktighetskriterier, S_1 og S_2 , og således elimineres.

La S_1 være andelen leveringsperioder der manko ikke forekommer. Pr. definisjon har vi

$$(A1.29) \quad S_1 = F\left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L}\right)$$

La S_2 være andelen av alle salg som kan effektueres umiddelbart. Fra definisjonen av E i (A1.11) får vi

$$(A1.30) \quad S_2 = 1 - \frac{v\alpha(R)}{Q}$$

(A1.29) og (A1.30) gjelder generelt. Setter vi nå $\pi = 0$, finner vi av (A2.4) i Vedlegg 2 at

$$(A1.31) \quad \hat{\pi} = \frac{pvHS_2}{1 - S_2} \quad \text{eller} \quad \tilde{\pi} = \frac{pvhS_2}{1 - S_2}$$

(A1.31) innsatt i V , dvs. i (A1.4), gir

$$(A1.32) \quad V|_{\pi=0} = \frac{1}{2} \frac{pvh\mu_D}{(1 - S_2)} \left(1 - F\left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) \right) = \frac{1}{2} pvh\mu_D \frac{1 - S_1}{1 - S_2}$$

hvilket viser at (A1.5) er riktig.

Setter vi nå $\tilde{\pi} = 0$, har vi fra (A2.4) i Vedlegg 2, (A1.29) og (A1.30) at

$$(A1.33) \quad \pi = \frac{phS_2Q^*}{\mu_D(1 - S_1)}$$

Innsatt i (A1.4) gir det

$$(A1.34) \quad V|_{\tilde{\pi}=0} = \frac{1}{2} pvh\mu_D \left[\frac{S_2}{1 - S_1} \frac{Q^*}{v\sigma_L} f\left(\frac{R^* - \mu_L}{\sigma_L}\right) + (1 - S_1) \right]$$

Om vi skal bruke (A1.32) eller (A1.34) avhenger av hvilke konsekvenser manko vil få i det konkrete tilfellet. Hvis manko medfører at en aktivitet må utsettes, kan kostnaden pr. tilfelle ignoreres, og det er varigheten av manko som teller. Det omvendte gjelder hvis aktiviteten kan fortsette forutsatt at et reservetiltak med en engangskostnad settes i verk.

Hvilket leveringsdyktighetskriterium vi skal velge, avhenger også av hvilken type kostnad vi ignorerer og setter til null. Hvis varigheten av manko teller, og antall mankotilfeller ikke teller, er det S_1 som er riktig kriterium. I (A1.32) er det altså S_1

som er en valgt parameter, og S_2 er en beregnet konsekvens. Det er fordi når S_1 er valgt, er forventet beholdning av mankotilfeller på et gitt tidspunkt også valgt, og det er å holde en beholdning av mankotilfeller som er dyrt i det tilfellet. Hvis bare antall mankotilfeller teller, er det S_2 som er riktig kriterium, siden den stiller krav til andelen av mankotilfeller pr. år. S_1 er da en beregnet konsekvens. I (A1.34) er det altså S_2 som er valgt.

Anta nå at bedriften bruker S_2 som leveringsdyktighetskriterium. S_2 er da kjent. Ved en bedriftsundersøkelse har vi også skaffet data om $pvh\mu_D$, μ_L , σ_L og Q^* . Vi kan da bruke (A1.30) til å beregne R^* og (A1.29) til å beregne S_1 , og kan således beregne (A1.34). Sendingsstørrelsen Q^* og verdien av forventet omsetning pr. time, $pv\mu_D$, vil det neppe by på problemer å finne, og h kan anslås. Det mest problematiske er trolig å finne data om μ_L og σ_L , men her kan formlene (A1.1) og (A1.2) være til hjelp.

Alle data vi trenger, dreier seg om bedriftens politikk, etterspørselen etter varen og transportbetingelsene. I prinsipp skulle det ikke være dyrere eller vanskeligere å finne disse data enn å gjennomføre en stated preference-undersøkelse.

Logistikkostnadsfunksjonen ved lagerordrestyring

Vi vil løse problemet (A1.16) i Vedlegg 1. Vi danner Lagrangefunksjonen L :

$$L = -K - \lambda_1 (C_{\min}x - QY) - \lambda_2 (QY - C_{\max}x) - \lambda_3 (x - Y)$$

Kuhn-Tuckerbetingelsene for maksimum er

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial Q} = \frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{\partial L}{\partial R} = 0 \\ \lambda_1 \geq 0 \quad (= 0 \text{ if } QY > C_{\min}x) \\ \lambda_2 \geq 0 \quad (= 0 \text{ if } QY < C_{\max}x) \\ \lambda_3 \geq 0 \quad (= 0 \text{ if } Y > x) \end{aligned} \tag{A2.1}$$

Av dette finner vi:

$$(\gamma_1 + \psi(R))xQ^{-2} - (\gamma_2x + \gamma_3Y + \gamma_4) + (\lambda_1 - \lambda_2)Y = 0 \tag{A2.2}$$

$$-\gamma_3Q - \gamma_6 + (\lambda_1 - \lambda_2)Q + \lambda_3 = 0 \tag{A2.3}$$

$$pHQ = \pi g \left(1 - F \left(\frac{R - \mu_L}{\sigma_L} \right) \right) + (pvH + \hat{\pi})\alpha(R) \tag{A2.4}$$

Siden de tre bibetingelsene kan være bindende eller ikke, er det 8 tilfeller å se på. Men hvis alle tre bibetingelser, eller bare den første og andre, er bindende, oppstår det umiddelbart en motsigelse. Hvis ingen eller bare den andre er bindende, får vi motsigelse i (A2.3). Vi står derfor igjen med fire tilfeller:

Tilfelle 1: Bare første bibetingelse er bindende. Her er $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ og

$QY = C_{\min}x$. Fra (A2.2) og (A2.3) får vi derfor

$$Q^* = \sqrt{\frac{x(\gamma_1 + \psi(R) + \gamma_6 C_{\min})}{\gamma_2 x + \gamma_4}} \tag{A2.5}$$

$$Y^* = C_{\min}x \sqrt{\frac{\gamma_2 x + \gamma_4}{x(\gamma_1 + \psi(R) + \gamma_6 C_{\min})}} \tag{A2.6}$$

Siden $\psi(R)$ er en funksjon av R er dette ingen eksplisitt løsning. Den optimale (Q^*, R^*) finnes ved å begynne med å beregne R fra (A2.4), gitt at Q settes til Q_w ,

sendingsstørrelsen vi får hvis vi ikke tar hensyn til usikkerhet, og sette $\alpha(R)$ og $\beta(R)$ til null. Den R vi da får, brukes til å beregne en ny Q , osv. Denne iterative framgangsmåten konvergerer hurtig til løsningskandidaten (Q^*, R^*) .

Siden $Y > x$ i dette tilfellet, har vi

$$\sqrt{\frac{x(\gamma_1 + \psi(R) + \gamma_6 C_{\min})}{\gamma_2 x + \gamma_4}} < C_{\min}$$

eller med andre ord $Q^* < C_{\min}$.

Tilfelle 2: Første og tredje bibetingelse er bindende. $\lambda_2 = 0$. Fra de to bindende bibetingelse får vi umiddelbart

$$(A2.7) \quad Q^* = C_{\min}$$

$$(A2.8) \quad Y^* = x$$

R^* følger så av (A2.4). Fra vilkårene som krever at λ_1 og λ_3 må være positive kan vi utlede at

$$\sqrt{\frac{(\gamma_1 + \psi(R))x}{(\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4}} \leq C_{\min} \leq \sqrt{\frac{x(\gamma_1 + \psi(R) + \gamma_6 C_{\min})}{\gamma_2 x + \gamma_4}}$$

Tilfelle 3: Bare tredje bibetingelse er bindende. Her er $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ og

$$(A2.9) \quad Q^* = \sqrt{\frac{(\gamma_1 + \psi(R))x}{(\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4}}$$

$$(A2.10) \quad Y^* = x$$

(A2.9) er ingen eksplisitt løsning, og (Q^*, R^*) må finnes fra (A2.9) og (A2.4) ved samme iterative framgangsmåte som i tilfelle 1. Fra de ikke-bindende bibetingelsene kan vi imidlertid utlede at $C_{\min} < Q^* < C_{\max}$.

Tilfelle 4: Andre og tredje bibetingelse er bindende. Her er $\lambda_1 = 0$. Fra de bindende bibetingelsene har vi da:

$$(A2.11) \quad Q^* = C_{\max}$$

$$(A2.12) \quad Y^* = x$$

Fra vilkåret at $\gamma_2 \geq 0$ følger det at

$$\sqrt{\frac{(\gamma_1 + \psi(R))x}{(\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4}} \geq C_{\max}$$

Vi har også at $\lambda_3 \geq \lambda_2$.

Verdifunksjonen, dvs. logistikkostnadsfunksjonen i vår modell, kan beskrives slik:

1. Hvis den R^* som løser

$$pvH \sqrt{x(\gamma_1 + \psi(R) + \gamma_6 C_{\min})(\gamma_2 x + \gamma_4)^{-1}} = -\frac{\partial \psi(R)}{\partial R} x \text{ tilfredsstiller}$$

$$\gamma_1 + \psi(R^*) < (\gamma_2 + \gamma_4 x^{-1}) C_{\min}^2 - \gamma_6 C_{\min}, \text{ så er}$$

$$K^* = 2\sqrt{x(\gamma_1 + \psi(R^*) + \gamma_6 C_{\min})(\gamma_2 x + \gamma_4)} + (\gamma_5 + \gamma_3 C_{\min})x + pvH(R^* - \mu_L)$$

2. Hvis den R^* som løser $pvHC_{\min} = -\frac{\partial \psi(R)}{\partial R} x$ tilfredsstiller

$$(\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 x^{-1}) C_{\min}^2 \geq \gamma_1 + \psi(R^*) \geq (\gamma_2 + \gamma_4 x^{-1}) C_{\min}^2 - \gamma_6 C_{\min}, \text{ så er}$$

$$K^* = (\gamma_1 + \psi(R^*))x C_{\min}^{-1} + ((\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4) C_{\min} + (\gamma_5 + \gamma_6)x + pvH(R^* - \mu_L)$$

3. Hvis den R^* som løser

$$pvH \sqrt{(\gamma_1 + \psi(R^*))x((\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4)^{-1}} = -\frac{\partial \psi(R)}{\partial R} x \text{ tilfredsstiller}$$

$$(\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 x^{-1}) C_{\min}^2 < (\gamma_1 + \psi(R^*)) < (\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 x^{-1}) C_{\max}^2, \text{ så er}$$

$$K^* = 2\sqrt{(\gamma_1 + \psi(R^*))x((\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4)} + (\gamma_5 + \gamma_6)x + pvH(R^* - \mu_L)$$

4. Hvis den R^* som løser $pvHC_{\max} = -\frac{\partial \psi(R)}{\partial R} x$ tilfredsstiller

$$(\gamma_1 + \psi(R^*)) \geq (\gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 x^{-1}) C_{\max}^2, \text{ så er}$$

$$K^* = (\gamma_1 + \psi(R^*))x C_{\max}^{-1} + ((\gamma_2 + \gamma_3)x + \gamma_4) C_{\max} + (\gamma_5 + \gamma_6)x + pvH(R^* - \mu_L)$$

Utledning av VOR og VOT i tilfellet med kundeordrestyrt anskaffelse

Logistikkostnadene

Logistikkostnadene (eksklusive forsinkelseskostnader) i tilfellet med kundeordrestyring består av transportkostnader, ordrekostnader og kostnaden ved å ha varer under transport. Det kan også finnes en lagerkostnad på produksjonsstedet. Kostnadselementene er behandlet i avsnitt 3.1 og 3.2 i Vedlegg 1. Det finns ikke lagerkostnader på bestemmelsesstedet i dette tilfellet.

Vi har vist i Vedlegg 1 at bedriftens besparelse ved en reduksjon i transportdistansen, den forventede transporttida og variansen til transporttida følger samme formel uansett hvilken strekning av transporten vi ser på. Derfor kan vi nå sløyfe oppdelingen i transportstrekninger. Transportdistansen er a , transporttida t og forventning og varians til transporttida er \bar{t} og vart . Vi definerer også kostnaden pr. time ved å holde varer under transport, j , ved $j = J\eta^{-1}$ som i kapittel 4 i Vedlegg 1. Vi får da den gjennomsnittlige årlige logistikkostnaden K :

$$\begin{aligned}
 (A3.1) \quad K &= \left\{ 2k_0a + b + (w + i_0)(2\bar{t} + u) \right\} \frac{x}{Q} \\
 &+ \{ pjt_i \} Qx \\
 &+ \{ i_1t_i \} QY \\
 &+ \left\{ \frac{1}{2} pH\varepsilon \right\} Q \\
 &+ \left\{ (w + i_0 + w_i)t_i + P + pj\bar{t} \right\} x \\
 &+ \left\{ 2k_1a + i_1(2\bar{t} + u) \right\} Y
 \end{aligned}$$

Ifølge likning (8) i Vedlegg 1 er $Y = Cx/Q$. De partiellderiverte av K med hensyn på a , \bar{t} og vart er derfor:

$$(A3.2) \quad \frac{\partial K}{\partial a} = (k_0 + k_1C) \frac{2x}{Q}, \quad \frac{\partial K}{\partial \bar{t}} = \left[(w + i_0 + i_1C) + \frac{1}{2} pjQ \right] \frac{2x}{Q}, \quad \frac{\partial K}{\partial \text{vart}} = 0$$

Likning (A3.2) sier hvordan de årlige logistikkostnadene endrer seg med en liten endring i transportdistanse og forventning og varians til transporttida. Siden gjennomsnittlig antall enkeltturer pr. år er $2x/Q$, framkommer kostnadsendringen pr. enkelttur ved å dele på $2x/Q$. Implisitt bruker vi likning (A3.2) for å komme fram til likning (A3.3), (A3.4) og A3.5) nedenfor.

Forsinkelseskostnadene og profittmaksimering i tilfelle 1

Som i teksten skriver vi de forventede årlige forsinkelseskostnadene som $(c_c K_c + c_d K_d) x Q^{-1}$. I lagerordretilfellet skilte vi mellom tilfelle A, der manko-kostnaden avhenger av varigheten av perioden med manko, og tilfelle B, der mankokostnaden var en engangskostnad. Tilsvarende vil vi her skille mellom tilfelle C, der forsinkelseskostnaden er en engangskostnad, og tilfelle D, der den avhenger av varigheten av forsinkelsen.

Vi skal først anta tilfelle C, dvs. at $c_d = 0$, og utlede en formel for forsinkelses-kostnadene i dette tilfellet. Fra denne formelen vil vi videre utlede *VOR* og *VOT*, som vi skal kalle *VORC* og *VOTC* i dette tilfellet. Vi antar at ledetida er normalfordelt, og har

$$\Pr(T > M) = 1 - \Pr\left(\frac{T - \mu_T}{\sigma_T} \leq \frac{M - \mu_T}{\sigma_T}\right) = 1 - F\left(\frac{M - \mu_T}{\sigma_T}\right)$$

der F er den kumulative sannsynlighetsfordelingen til den standardiserte normalfordelingen. Forsinkelseskostnaden er følgelig

$$c_c K_c = c_c \frac{x}{Q} \left[1 - F\left(\frac{M - \mu_T}{\sigma_T}\right) \right].$$

Bedriftens profitt eksklusive forsinkelseskostnaden kaller vi $\varphi(M)$. Logistikk-kostnaden K inngår i $\varphi(M)$ med negativt fortegn. Bedriften velger M for å maksimere

$$(A3.3) \quad \Pi = \varphi(M) - c_c \frac{x}{Q} \left[1 - F\left(\frac{M - \mu_T}{\sigma_T}\right) \right]$$

Ved omhyllingssetningen og (A3.2):

$$(A3.4) \quad \frac{\partial \Pi^*}{\partial a} = -(k_0 + k_1 C) \frac{2x^*}{Q}$$

$$(A3.5) \quad \frac{\partial \Pi^*}{\partial \bar{t}} = - \left\{ \left[(w + i_0 + i_1 C) + \frac{1}{2} p j Q + \frac{1}{2} c_c f\left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T}\right) \frac{1}{\sigma_T} \right] \right\} \frac{2x^*}{Q}$$

$$(A3.6) \quad \frac{\partial \Pi^*}{\partial \text{var } t} = - \left[\frac{1}{4} c_c f\left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T}\right) \cdot \frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^3} \right] \frac{2x^*}{Q}$$

I (A3.3)-(A3.5) er f sannsynlighetstettheten til den standardiserte normalfordelingen, og de optimale verdiene av Π , M og x er markert med stjerne (vi har antatt at x kan være en funksjon av M). Kostnadsendringen pr. år fås ved å dele på antall enkeltturer, $2xQ^{-1}$. Sammenlikning med avsnitt 2.1 i teksten gjør det da naturlig å definere V i dette tilfellet, V_C , ved

$$(A3.7) \quad V_C = \frac{1}{2} c_c f \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T} \right) \cdot \frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^3}$$

og VOT_C og VOR_C ved

$$(A3.8) \quad \begin{aligned} VOT_C &= (w + i_0 + i_1 C) + \frac{1}{2} p j Q + V_C \cdot \frac{\sigma_T^2}{M^* - \mu_T} \\ VOR_C &= 2\sigma_T V_C \end{aligned}$$

Det eneste som endrer seg med kundeordrestyring er altså i dette tilfellet hvordan VOR er definert og hvordan den inngår i VOT .

Vi behandler nå tilfelle D, dvs. $c_c = 0$. Forsinkelser medfører altså bare tids-avhengige kostnader. Forventet årlig forsinkelseskostnad blir i dette tilfellet

$$c_d K_d = c_d \frac{x}{Q} \int_{(M - \mu_T)\sigma_T^{-1}}^{\infty} z f(z) dz$$

Som før kan vi formulere gjennomsnittlig årlig profitt og bruke omhyllings-setningen for å finne hvordan den endrer seg med endring i transportdistanse, forventet transporttid og variansen til transporttida. Vi bruker Leibniz' formel når vi skal derivere med hensyn på nedre grense i integralet. Resultatet er:

$$(A3.9) \quad \frac{\partial \Pi^*}{\partial a} = -(k_0 + k_1 C) \frac{2x^*}{Q}$$

$$(A3.10) \quad \frac{\partial \Pi^*}{\partial t} = - \left\{ \left[(w + i_0 + i_1 C) + \frac{1}{2} p j Q + \frac{1}{2} c_d f \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T} \right) \cdot \frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^2} \right] \right\} \frac{2x^*}{Q}$$

$$(A3.11) \quad \frac{\partial \Pi^*}{\partial \text{var } t} = - \left[\frac{1}{4} c_d f \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^2} \right)^2 \right] \frac{2x^*}{Q}$$

Vi definerer derfor

$$(A3.12) \quad V_D = \frac{1}{2} c_d f \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T} \right) \cdot \left(\frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T^2} \right)^2$$

og har

$$(A3.13) \quad \begin{aligned} VOT_D &= (w + i_0 + i_1 C) + \frac{1}{2} p j Q + V_D \cdot \frac{\sigma_T^2}{M^* - \mu_T} \\ VOR_D &= 2\sigma_T V_D \end{aligned}$$

Tilfelle E er det generelle tilfellet, der både c_c og c_d kan være større enn null. Med både engangskostnad og tidskostnad ved forsinkelse, vil vi kalle pålitelighets-verdien VOR_E og tidsverdien VOT_E . Uttrykt ved V_C og V_D har vi:

$$(A3.14) \quad V_E = \begin{cases} V_C \left(1 + \frac{c_d}{c_c} \frac{M^* - \mu_T}{\sigma_T} \right) & \text{når } c_c > 0 \\ V_D & \text{når } c_c = 0 \end{cases}$$

$$(A3.15) \quad \begin{aligned} VOT_E &= (w + i_0 + i_1 C) + \frac{1}{2} pjQ + V_E \cdot \frac{\sigma_T^2}{M^* - \mu_T} \\ VOR_E &= 2\sigma_T V_E \end{aligned}$$

Modell for forsinkelser forårsaket av hendelser i trafikken

1. Innledning

En strøm v av biler passerer over en lenke med kapasitet c . For hver kilometer som den enkelte bilen kjører, er det en fast sannsynlighet λ for at en hendelse inntreffer. Når hendelsen inntreffer, reduseres vegkapasiteten på dette stedet fra c til rc . Tida det tar å rydde vegbanen er T_i . T_i er en stokastisk variabel, som i tilfellet vi ser på antar verdien t_i . En kø oppstår så lenge vegbanen ennå ikke er ryddet, siden vi forutsetter at $v > rc$. Når vegbanen er ryddet, oppløses køen ved at bilene strømmer videre med raten gc , $c \geq gc > v > rc$. På tidspunkt $t_i + t_g$ er køen avviklet, og alt er som før.

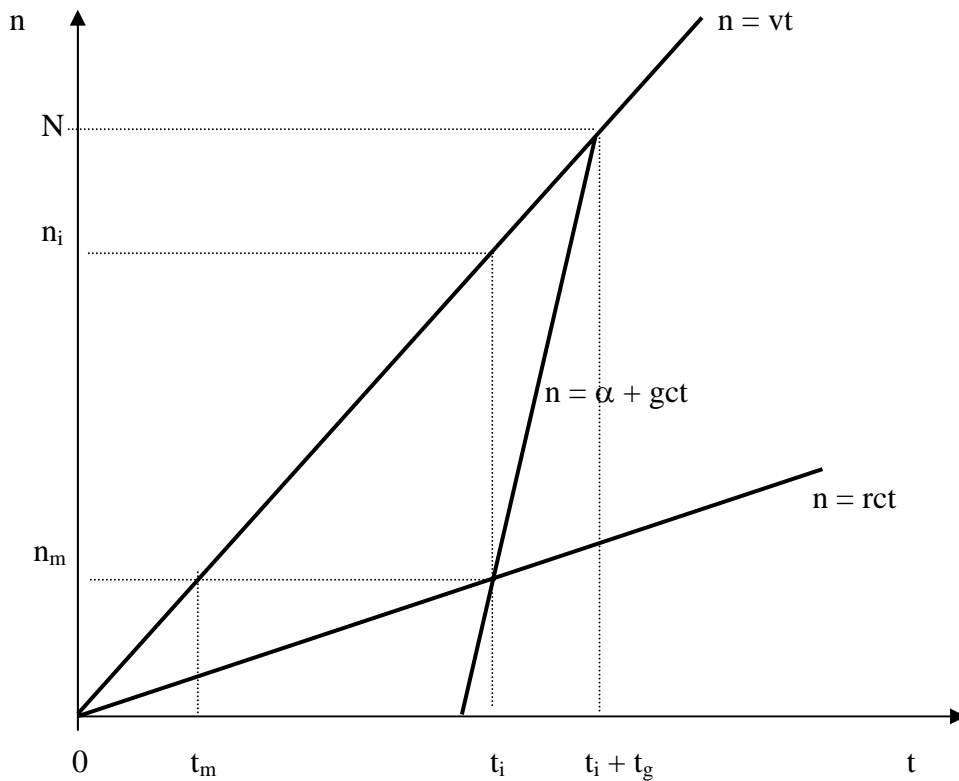
Dette er modellen i Cohen og Southworth (1999). Utleddningen av sannsynlighetsfordelingen for forsinkelsen som en tilfeldig bilist som bruker denne lenken vil oppleve, er ikke eksplisitt i artikkelen deres, og det er dette vi vil rette opp her. Vi ønsker altså å finne forventning og varians for hendelsesrelaterte forsinkelser for biler som bruker denne lenka, basert utelukkende på de forutsetninger som er gitt ovenfor.

Vi vil ta utgangspunkt i en grafisk framstilling av modellen. Vi benytter oss av et såkalt kumulativt plott (Newell 1982), der den horisontale aksene er tida og den vertikale aksene er det kumulative antall biler som ankommer og etter hvert passerer hendelsesstedet. Hendelsen inntreffer på tidspunkt 0. Bilene er nummerert slik at den første bilen som ankommer hendelsesstedet etter hendelsen har nummer 1, osv. La t være tida etter hendelsen, og la n være det kumulative antallet biler som registreres på hendelsesstedet. Vi antar som en tilnærming at n er en kontinuerlig variabel. Etter hva vi har sagt allerede, vil $n = vt$ vise hvor mange biler som har ankommet ved tidspunkt t , og $n = rct$ viser hvor mange som har passert hendelsesstedet ved tidspunkt $t < t_i$, altså i tida før vegbanen er ryddet. For $t > t_i$ vil $n = \alpha + gct$ vise hvor mange biler som har passert hendelsesstedet, forutsatt at α tilpasses slik at $rct_i = \alpha + gct_i$. Alle disse linjene er tegnet inn i det kumulative plottet.

På et gitt tidspunkt t vil den vertikale avstanden mellom $n = vt$ og den nærmeste av kurvene under vise hvor mange biler som akkurat da står i kø ved hendelsesstedet. For bil nummer n vil den horisontale avstanden mellom $n = vt$ og den nærmeste av kurvene til høyre for den, vise hvor lenge denne bilen må stå i kø på hendelsesstedet. Det er disse to egenskapene ved plottet som gjør det nyttig for oss. Vi har tegnet inn tidspunktet t_m , som er ankomsttidspunktet for den bilen som får den lengste ventetida i kø, og tidspunktet $t_i + t_g$, som er ankomsttidspunktet for

den siste bilen som blir berørt av hendelsen. t_g er altså tida det tar fra vegbanen er ryddet til trafikken går som normalt igjen.

Figur A4.1



Åpenbart er arealet av triangellet mellom de tre kurvene den totale ventetida (forsinkelsen) på grunn av hendelsen, og ventetida pr. bil stiger lineært fra den første bilen som blir berørt til den bilen som får lengst ventetid, og avtar deretter lineært igjen til den siste bilen som blir berørt. Vi vil nå bruke diagrammet til å regne ut den totale ventetida og fordelinga av ventetid på hver bil.

2. Beregning av α , t_g og t_m

Det framgår av figuren at parameteren α er løsninga av $rc t_i = \alpha + g c t_i$, dvs.

$$\alpha = -(g - r) c t_i$$

Dermed er likningen for ”startnummeret” på den bilen som passerer ut av hendelsestedet på tidspunkt t i køavviklingstida ($t_i < t < t_i + t_g$) lik

$$n = -(g - r)ct_i + gct$$

Siden $t_i + t_g$ er løsningen av likningen $\alpha + gc(t_i + t_g) = v(t_i + t_g)$, får vi ved innsetting av verdien for α :

$$t_g = \frac{v - rc}{gc - v} t_i$$

Tidspunktet da køen er helt avviklet, $t_i + t_g$, er dermed

$$t_i + t_g = \frac{g - r}{gc - v} ct_i$$

Den bilen som ankommer på dette tidspunkt, er den siste som blir berørt av hendelsen. Kall den N . Fra $n = vt$ får vi nå at det totale antall berørte biler er

$$N = \frac{(g - r)cv}{gc - v} t_i$$

Parameteren t_m , som representerer ankomsttidspunktet til den siste bilen som ankommer mens køen enda øker, er løsningen av $n = rct_i = vt_m$. Det gir

$$t_m = \frac{rc}{v} t_i$$

Inspeksjon av diagrammet viser at den lengste forsinkelsen noen bil opplever, er $t_i - t_m$. Vi får:

$$t_i - t_m = \frac{v - rc}{v} t_i$$

Den bilen som opplever den lengste forsinkelsen, kan vi kalle n_m . Den ankommer åpenbart på tidspunkt t_m . Av $n = vt$ får vi da:

$$n_m = rct_i$$

Den lengste køen finns på tidspunkt t_i , rett før avvikling av køen begynner. Køen på dette tidspunkt er $n_i - n_m$, siden n_i har ankommet og n_m har unnsloppet (se diagrammet). Vi har:

$$n_i - n_m = (v - rc)t_i$$

Vi har nå uttrykt alle ukjente størrelser i det kumulative plottet ved de kjente størrelsene, og har skaffet oss det som trengs til å beregne den totale forsinkelsen og fordelingen av forsinkelsene på de enkelte bilene.

3. Total forsinkelse og fordeling på biler

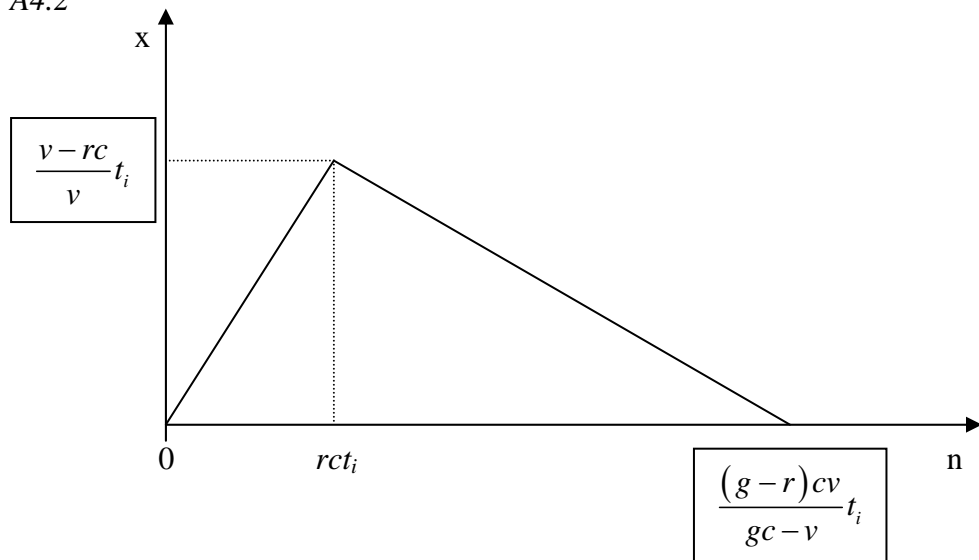
En hendelse har inntruffet og det har tatt tida t_i å rydde vegbanen. Den totale forsinkelsen D som de berørte bilene til sammen vil oppleve, er arealet som begrenses av de tre kurvene i figur A4.1. Vi har:

$$(A4.1) \quad D = \int_0^{t_i} (v - rc) t dt + \int_{t_i}^{\frac{g-r}{gc-v} ct_i} \left\{ vt - \left[-(g-r)ct_i + gct \right] \right\} dt$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(g-r)(v-rc)}{gc-v} ct_i^2$$

Forsinkelsen som den enkelte bil opplever, stiger lineært fra 0 for den første bilen til et maksimumspunkt for bil nr. $rc t_i$, og avtar deretter lineært til forsinkelsen 0 for den siste berørte bilen, bil nr. N . Kall forsinkelsen for den enkelte bil x . Av beregningene i forrige avsnitt har vi:

Figur A4.2



Enkel beregning av arealet til trekanten i figur A4.2 bekrefter at dette arealet er lik den totale forsinkelsen D .

4. Sannsynlighetstettheten for den betingede sannsynligheten for forsinkelse, gitt at den oppstår, og gitt t_i

På en lenke av lengde 1 km er det en fast sannsynlighet λ for at en bil skal utløse en hendelse. Vi ser bort fra muligheten av at flere hendelser skal forsinke en og samme bil, og vi holder foreløpig t_i fast. En bil kan da bli forsinket dersom det skjer en hendelse med en av de N bilene foran, der N er gitt i formelen ovenfor.

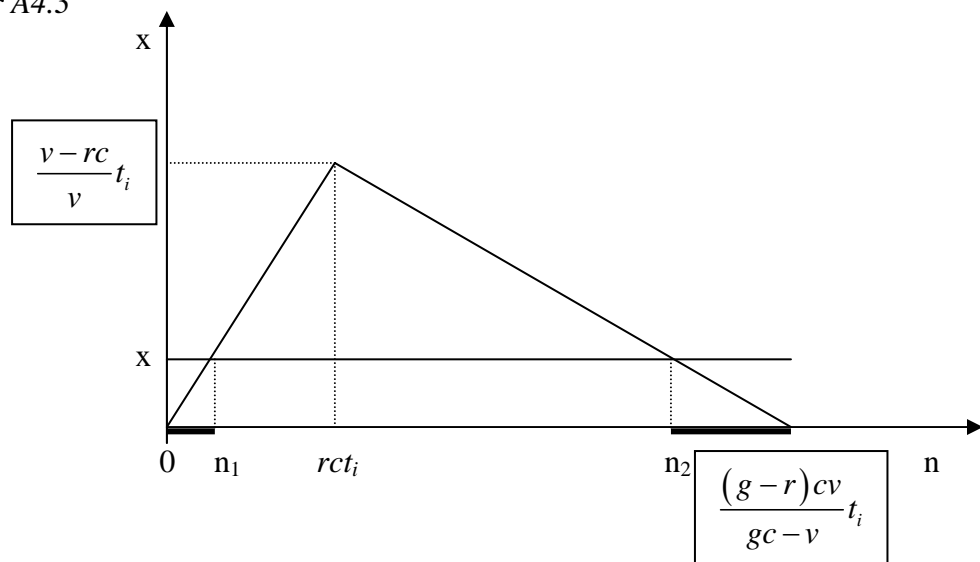
Det er like sannsynlig at det skjer med den ene som den andre av disse N bilene. La M være en stokastisk variabel som antar verdien 0 hvis en gitt bil ikke blir forsinket, og 1 hvis den blir det. La X være lengden av forsinkelsen – også det en stokastisk variabel.

Sannsynligheten for $M = 1$ er $\lambda N = \lambda \frac{(g-r)cv}{gc-v} t_i$, og sannsynligheten for $M = 0$

$$1 - \lambda N = 1 - \lambda \frac{(g-r)cv}{gc-v} t_i.$$

La oss nå finne den kumulative sannsynlighetsfordelingen for X , gitt at en forsinkelse inntreffer, altså $\Pr(X \leq x | M = 1)$. Sannsynligheten for at den i så fall er mindre enn x , er sannsynligheten for at bilen som utløser en hendelse, er en bil tilstrekkelig nært foran vår bil eller tilstrekkelig nært etter bil nr. N foran vår bil. (Se figur A4.3, der en nivåkurve for x er tegnet inn i det samme diagrammet som figur A4.2, og n -verdier som gir lavere verdier enn x er tegnet med tjukkere strek).

Figur A4.3



Vi ser av figuren at $\Pr(X \leq x | M = 1)$ er lengden av de tjukke strekene, delt på N . Lengden av de tjukke strekene kan vi beregne om vi kjenner likningen for de to kurvene som avgrensner arealet. Ved hjelp av de kjente koordinatene for toppunktet og de to hjørnene på grunnlinjen finner vi at disse likningene er:

$$x = \frac{v-rc}{rcv} n$$

og

$$x = \frac{g-r}{g} t_i - \frac{gc-v}{gc v} n$$

og ved å løse disse for n finner vi n -verdiene for n_1 og n_2 i figuren. Den søkte sannsynligheten er nå:

$$\begin{aligned}
 & \Pr(X \leq x | M = 1) \\
 &= \Pr\left(n \in \left[0, \frac{rcv}{v-rc}x\right]\right) + \Pr\left(n \in \left[\frac{gcv}{gc-v}\left(\frac{g-r}{g}t_i - x\right), \frac{(g-r)cv}{gc-v}t_i\right]\right) \\
 &= \frac{\frac{rcv}{v-rc}x + \frac{(g-r)cv}{gc-v}t_i - \frac{gcv}{gc-v}\left(\frac{g-r}{g}t_i - x\right)}{\frac{(g-r)cv}{gc-v}t_i} \\
 &= \frac{v}{v-rc}t_i^{-1}x
 \end{aligned}$$

Derivasjon av denne betingede kumulative sannsynligheten med hensyn på x gir den betingede sannsynlighetstettheten. Den er betinget av to ting – både at forsinkelse inntreffer og at $T_i = t_i$:

$$(A4.2) \quad f(x | M = 1, T_i = t_i) = \frac{v}{v-rc}t_i^{-1}$$

5. Forventet hendelsesrelatert forsinkelse

Forventningen til x gitt t_i , $E[x/t_i]$, er ut fra det foregående:

$$\begin{aligned}
 & E[X | t_i] \\
 &= E_M[E_X(X | M, T_i = t_i)] \\
 &= (1 - \lambda N)E_X(X | 0, T_i = t_i) + \lambda N \cdot E_X(X | 1, T_i = t_i) \\
 &= (1 - \lambda N) \cdot 0 + \lambda \frac{(g-r)cv}{gc-v}t_i \int_0^{\frac{v-rc}{v}t_i} \frac{v}{v-rc}t_i^{-1}x dx \\
 &= \frac{1}{2} \lambda \frac{(g-r)(v-rc)}{gc-v} ct_i^2
 \end{aligned}$$

I utledningen har vi brukt regelen $E(X) = E_Y(E_X(X | Y))$. Anvender vi den en gang til, og bruker formelen for varians, har vi som et av våre hovedresultater:

$$(A4.3) \quad E(X) = \frac{1}{2} \lambda \frac{(g-r)(v-rc)}{gc-v} c \left[(ET_i)^2 + \text{var} T_i \right]$$

Av formelen (A4.3) framgår hva slags data som skal til for å anslå forventet hendelsesrelatert forsinkelse på en lenke av lengde 1 km. Vi ser blant annet betydningen av rask og sikker deteksjon av hendelsene.

Det framgår også av formelen at forsinkelsen er en funksjon av trafikken v på lenka. Funksjonen er tiltakende og konveks. Spørsmålet er nå om trafikantene vil regne med forventet forsinkelse i generaliserte kostnader og når de velger rute. Hvis ja, ser vi at sjøl uten kø i vanlig forstand vil brukerlikevekt avvike fra systemoptimum, og dermed vil forutsetningen i godsmodeller som SAMGODS være brutt.

Legg for øvrig merke til likheten mellom formel (A4.1) og formel (A4.3). Faktisk er $E(X) = \lambda E(B)$. Dette er ikke underlig. Den forventede forsinkelsen for en bil, multiplisert med antall biler N , bør jo i dette tilfellet være lik sannsynligheten for en hendelse med en av bilene, λN , multiplisert med total forsinkelse om det skjer en hendelse. Det er mulig dette kan brukes til å anslå $E(X)$ på grunnlag av statistikk over hyppigheten av hendelser og omfanget av tapt tid ved hendelser.

6. Den hendelsesrelaterte forsinkelsens varians

Vår neste oppgave er å finne $\text{var}(X)$. Vi får da bruk for den generelle regelen $\text{var}(Y) = E_X[\text{var}_Y(Y | X)] + \text{var}_X[E_Y(Y | X)]$. Vi anvender den først med X og M , idet vi i notasjonen på høyresida undertrykker at dette også dreier seg om sannsynligheter som er betinget av T_i . Vi har altså

$$\text{var}(X | t_i) = E_M(\text{var}_X(X | M)) + \text{var}_M(E_X(X | M))$$

Her er

$$E_X(X | 0) = 0$$

$$E_X(X | 1) = \frac{1}{2} \frac{v - rc}{v} t_i$$

$$\text{var}_X(X | 0) = 0$$

$$\text{var}_X(X | 1) = \int_0^{\frac{v-rc}{v} t_i} [x - E_X(X | 1)]^2 f(x | 1) dx = \frac{1}{12} \left(\frac{v - rc}{v} \right)^2 t_i^2$$

Dermed er

$$E_M[\text{var}(X | M)] = \lambda N \cdot \frac{1}{12} \left(\frac{v - rc}{v} \right)^2 t_i^2$$

og

$$\begin{aligned} \text{var}_M[E_X(X | M)] &= E_M[(E_X(X | M))^2] - [E_M[E_X(X | M)]]^2 \\ &= \lambda N \frac{1}{4} \left(\frac{v - rc}{v} \right)^2 t_i^2 - (\lambda N)^2 \frac{1}{4} \left(\frac{v - rc}{v} \right)^2 t_i^2 \\ &= (1 - \lambda N) \lambda N \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{v - rc}{v} \right)^2 t_i^2 \end{aligned}$$

Samlet har vi:

$$\begin{aligned}\text{var}(X | t_i) &= \frac{1}{12} \lambda N \left(\frac{v - rc}{v} \right)^2 t_i^2 (4 - 3\lambda N) \\ &= \frac{1}{3} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)^2}{gc - v} \frac{c}{v} t_i^3 - \left[\frac{1}{2} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)}{gc - v} c \right]^2 t_i^4\end{aligned}$$

Gjennom N er $\text{var}(X | t_i)$ et fjerdegradsuttrykk i T_i .

Vi anerkjenner nå endelig at oppryddingstida er stokastisk, dvs. vi setter inn T_i i stedet for t_i . Deretter anvender vi variansformelen enda en gang for å finne den siste størrelsen vi søker etter, nemlig $\text{var}(X)$. Vi antar T_i har en kjent fordeling med forventning $E(T_i)$ og varians $\text{var}(T_i)$.

Vår regel i dette tilfellet:

$$\text{var}(X) = E_{T_i} [\text{var}_X(X | T_i)] + \text{var}_{T_i} [E_X(X | T_i)]$$

Uttrykkene i klammeparentesen er allerede beregnet, og vi får:

$$\begin{aligned}\text{var}_{T_i} [E_X(X | T_i)] &= \left[\frac{1}{2} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)}{gc - v} c \right]^2 \text{var}(T_i^2) \\ &= \left[\frac{1}{2} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)}{gc - v} c \right]^2 \left(E(T_i^4) - (E(T_i^2))^2 \right)\end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned}E_{T_i} [\text{var}_X(X | T_i)] &= \frac{1}{3} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)^2}{gc - v} \frac{c}{v} E(T_i^3) - \left[\frac{1}{2} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)}{gc - v} c \right]^2 E(T_i^4)\end{aligned}$$

Til sammen:

$$\begin{aligned}\text{var}(X) \\ \text{(A4.4)} \quad &= \frac{1}{3} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)^2}{gc - v} \frac{c}{v} E(T_i^3) - \left[\frac{1}{2} \lambda \frac{(g - r)(v - rc)}{gc - v} c \right]^2 (E(T_i^2))^2\end{aligned}$$

7. Oppsummering

Vi kan forenkle og sammenfatte våre resultater.

Sett

$$\Lambda = \frac{1}{2} \lambda \frac{(g-r)(v-rc)}{gc-v} c$$

Da er forventning og varians til den enkelte bilists forsinkelse på lenka:

$$(A4.5) \quad \mu = E(X) = \Lambda \cdot \left[(ET_i)^2 + \text{var} T_i \right]$$

$$(A4.6) \quad \sigma^2 = \text{var}(X) = \frac{2}{3} \frac{v-rc}{v} \Lambda \cdot E(T_i^3) - \Lambda^2 \cdot \left[(ET_i)^2 + \text{var} T_i \right]^2$$

Fordelingen til T_i avgjør om dette kan forenkles videre.

Forventning og varians for forsinkelsen på en lenke av lengde A fås ved å multiplisere med A .

Formel (A4.5) samsvarer med Cohen og Southworth, mens formel (A4.6) ikke gjør det. Ifølge Arup (2002), Appendix D, punkt D3.16, har Cohen innrømmet ved personlig kommunikasjon til Arup at hans formel er feil. Arups tilsvarende formel virker å være identisk med vår, men vi har ikke studert Arups utledning og notasjon grundig.

**Sist utgitte TØI publikasjoner under program:
Samfunnsøkonomiske analyser**

Vegprising, kollektivtiltak og sosial ulikhet	815/2005
Nyttetekostnadsanalyse av Redningsselskapets arbeid for årene 1999 - 2004	812/2005
Nyttetekostnadsanalyser i transportsektoren: Rammeverk for beregningene	798/2005
Nyttetekostnadsanalyse i transportsektoren: parametre, enhetskostnader og indekser	797/2005
Nyttetekostnadsanalyse i samferdselssektoren: Risikotillegget i kalkulasjonsrenta	796/2005
Bompengeringen i Tønsberg. Inntekter i forhold til finansieringsplanen.	775/2005
Kvalitetssikring av prosjektet " Bybanen i Bergen"	755/2004
Lokale næringsøkonomiske virkninger av vegutbygging	717/2004
Lønnsom persontransport på jernbanen? En vurdering av bedriftsøkonomisk og samfunnsøkonomisk lønnsomhet på norske jernbanestrekninger	710/2004
Evaluering av samordnet arealbruks- og transportplanlegging med bærekraft som mål	686/2003
Informasjon og reisetidsvariabilitet - en litteraturstudie	679/2003
Transportinfrastrukturens betydning for regionaløkonomisk utvikling	671/2003
NDP-1: Verktøy til valg av prosjektpakker når prosjektene er avhengige av hverandre	665/2003
IKT i transportsektoren : Myndighetenes rolle	657/2003
Trafikksentral for Nord-Norge	623/2003
Developing Sustainable Land Use and Transport Strategies: A Methodological Guidebook	619/2003

Transportøkonomisk institutt

Stiftelsen Norsk senter for samferdselsforskning

- utfører forskning til nytte for samfunn og næringsliv
- har rundt 70 forskere med høy, flerfaglig samferdselskompetanse
- samarbeider med en rekke samfunnsinstitusjoner, forsknings- og undervisningssteder i Norge og i utlandet
- gjennomfører forsknings- og utredningsoppdrag av høy kvalitet innen områder som trafiksikkerhet, kollektivtransport, miljø, reisevaner, reiseliv, planlegging, beslutningsprosesser, transportøkonomi og næringslivets transporter
- driver aktiv forskningsformidling gjennom TØI-rapporter, internett, tidsskriftet Samferdsel og andre nasjonale og internasjonale tidsskrifter

Transportøkonomisk institutt

Stiftelsen Norsk senter
for samferdselsforskning
P.b. 6110 Etterstad
0602 Oslo

Telefon 22 57 38 00

www.toi.no